



**Уральский
федеральный
университет**

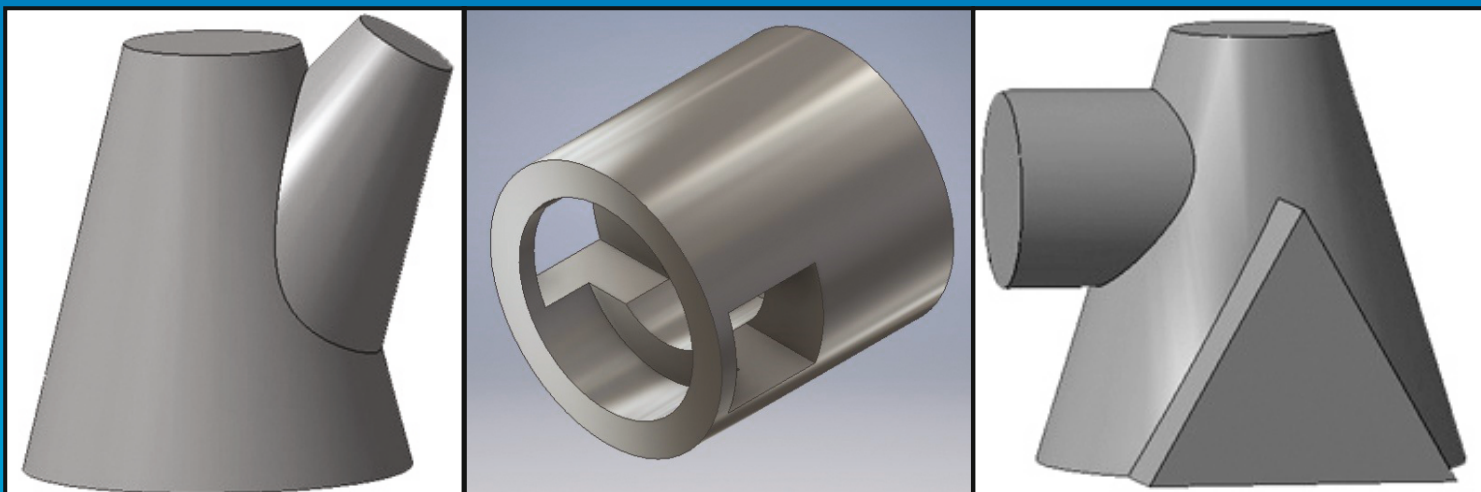
имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

**Институт
фундаментального
образования**

**И. П. КОНАКОВА
Т. В. НЕСТЕРОВА**

БАЗОВЫЙ КУРС НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Учебное пособие



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

И. П. Конакова
Т. В. Нестерова

БАЗОВЫЙ КУРС НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Учебное пособие

Рекомендовано методическим советом
Уральского федерального университета для студентов вуза,
обучающихся по направлениям подготовки
11.03.04 — Электроника и наноэлектроника, 12.03.01 — Приборостроение,
12.03.04 — Биотехнические системы и технологии,
27.03.01 — Стандартизация и метрология, 27.02.01 — Метрология

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2019

УДК 514.18(075.8)
ББК 22.151.3я73
К64

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор *В. З. Козин* (Уральский государственный горный университет);

кандидат технических наук, доцент *Н. Г. Новгородова* (Российский государственный профессионально-педагогический университет)

Научный редактор — кандидат технических наук, доцент *Т. В. Мещанинова*

Конакова, И. П.

К64 Базовый курс начертательной геометрии : учебное пособие / И. П. Конакова, Т. В. Нестерова. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2019. — 144 с.
ISBN 978-5-7996-2535-1

В учебном пособии рассмотрены вопросы, связанные с основами метода проецирования: получения изображения геометрических моделей объектов на плоскости, решения задач по построению линий пересечения поверхностей различными способами, нахождению натуральной величины сечения и т. д. Теоретический материал и примеры решения задач используются для самостоятельной работы студентов при выполнении индивидуальных заданий, которые приведены в приложениях.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по программе бакалавриата, изучающих начертательную геометрию.

Библиогр.: 8 назв. Рис. 97. Прил. 5.

УДК 514.18(075.8)
ББК 22.151.3я73

ISBN 978-5-7996-2535-1

© Уральский федеральный
университет, 2019

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия является разделом геометрии, в котором изучаются пространственные формы предмета при помощи изображения его на плоскости. Геометрические объекты, рассматриваемые в курсе начертательной геометрии, — точка, прямая, плоскость, поверхность.

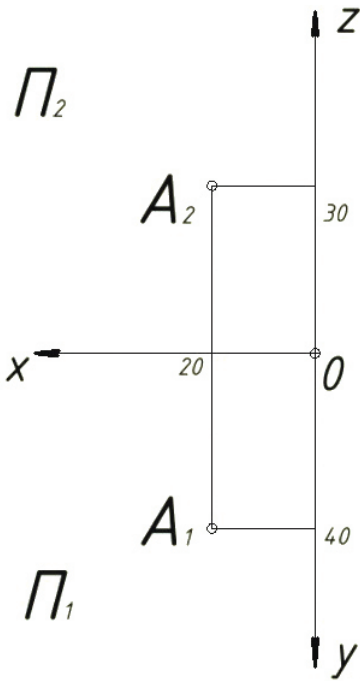
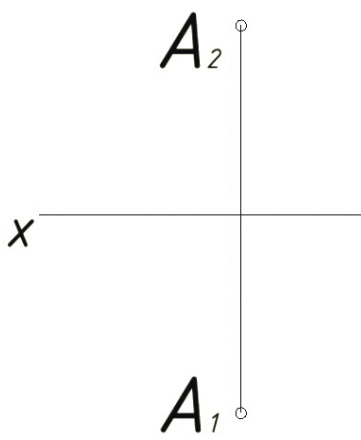
Начертательная геометрия предлагает методы изображения пространственных фигур на плоскости и алгоритмы решения позиционных и метрических задач.

Позиционные задачи — это задачи на взаимную принадлежность и пересечение геометрических фигур. *Метрические* — это задачи на определение расстояний и натуральных величин геометрических фигур.

ОБОЗНАЧЕНИЯ В ТЕКСТАХ, ЧЕРТЕЖАХ

Примеры обозначений, которые приводятся графических работах, дают од-
нозначное понимание теоретических пояснений и представлены в форме таблицы.

Обозначение	Описание
Π_1	Горизонтальная плоскость проекций
Π_2	Фронтальная плоскость проекций
Π_3	Профильная плоскость проекций
x, y, z	Оси
$A, B, C, \dots; 1, 2, 3, \dots$	Точки
m, n, k, p, \dots	Прямые
$\alpha, \beta, \delta, \gamma$	Плоскости
A_1, A_2, A_3 или $1_1, 1_2, 1_3$	Проекции точек на Π_1, Π_2, Π_3
m_1, m_2, m_3	Проекции прямых на Π_1, Π_2, Π_3
	Изображение плоскостей проекций, осей, начала координат (точка O) на чертеже

	<p>Достаточным является изображение геометрических объектов на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций</p>
	<p>Допустимо изображение геометрических объектов на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций, выполненное упрощенно, без указания осей x и y</p>
φ	<p>Угол между геометрическим объектом и Π_1</p>
ψ	<p>Угол между геометрическим объектом и Π_2</p>
$\alpha_{\Pi_1}, \alpha_{\Pi_2}, \alpha_{\Pi_3}$	<p>Следы плоскости на Π_1, Π_2, Π_3</p>
$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$	<p>Точки схода</p>

	Допустимы изображения проекций без указания осей
∈	Принадлежит
∧	И
∨	Или
∅	Диаметр
□	Квадрат
∥	Параллельно
○	Сфера

ВИДЫ ПРОЕКЦИРОВАНИЯ

Процесс получения на чертеже изображения — *проецирование*.

Проекция — это изображение, полученное проецированием объекта на плоскость.

Различают виды проецирования: центральное, параллельное, ортогональное.

Центральное проецирование

Центральная проекция может быть получена при задании плоскости проекций (Π) и центра проекций точкой S , не лежащей в этой плоскости (рис. 1).

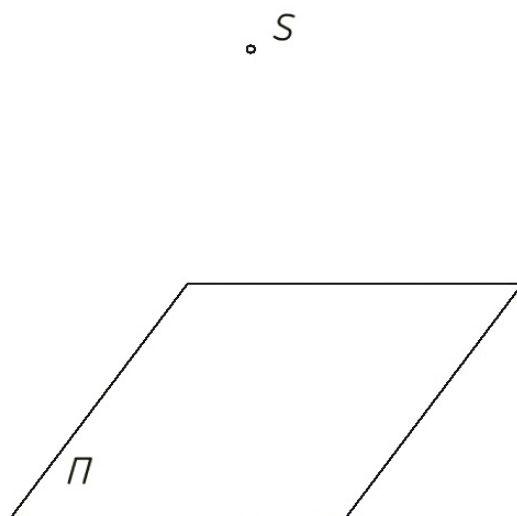


Рис. 1. Расположение центра проекций S и плоскости проекций Π при центральном проецировании

Из центра проекций S через точку A пространства проведем прямую линию до пересечения с плоскостью проекций Π в точке A_1 . Точка A_1 является центральной проекцией точки A на плоскости Π (рис. 2).

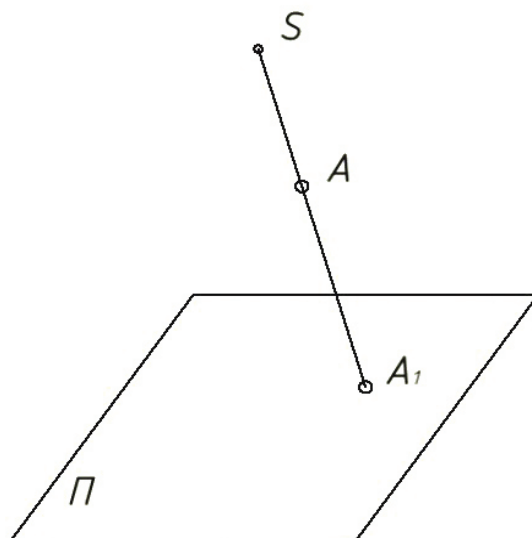


Рис. 2. Пример построения проекции точки A_1 (при центральном проецировании)

Любая точка луча SA имеет проекцию A_1 . Отсюда следует вывод: одна проекция точки не определяет положение точки в пространстве.

При центральном проецировании происходит искажение формы, размеров и некоторых других свойств предмета (рис. 3). Сохраняются свойства: проекция точки — точка; проекция прямой — прямая линия; если точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит ее проекции; точка пересечения прямых проецируется в точку пересечения их проекций.

Проекция предмета, построенная методом центрального проецирования, называется *перспективой* (рис. 3).

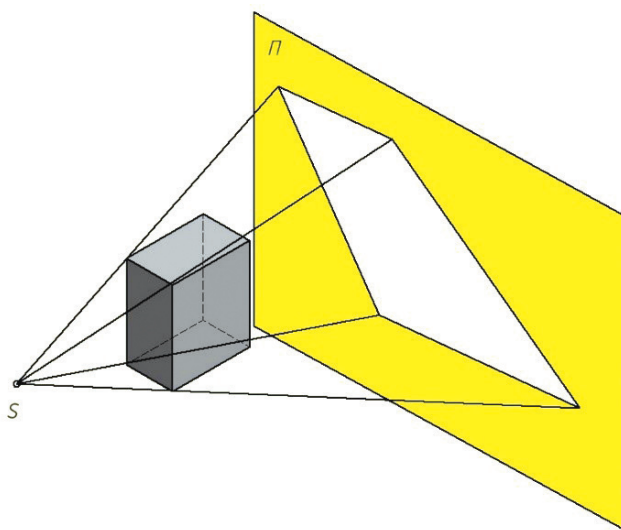


Рис. 3. Перспектива

Параллельное проектирование

Если центр S удален в бесконечность, то проецирующие лучи будут параллельны между собой (рис. 4). Проекții точек A , B , C и D на Π являются параллельными проекциями, а вид проектирования — параллельным.

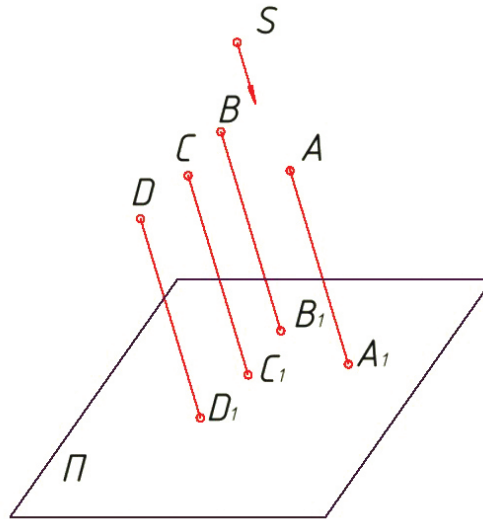


Рис. 4. Параллельное проектирование

Различают прямоугольное (ортогональное) и косоугольное параллельное проектирование. Это зависит от величины угла, образованного направлением проектирования с плоскостью проекций.

Свойства параллельного проектирования следующие.

1. Проекция точки на плоскость есть точка (рис. 5).

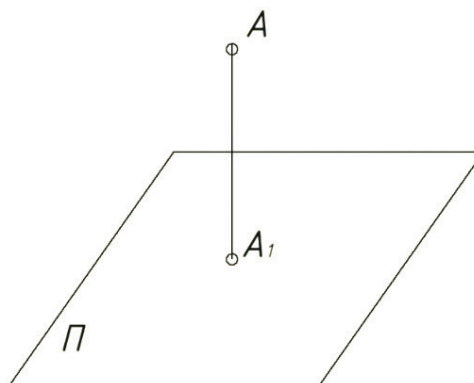


Рис. 5. Проекция точки A

Проекция прямой в общем случае — прямая (рис. 6). Прямая может вырождаться в точку, когда она параллельна направлению проектирования.

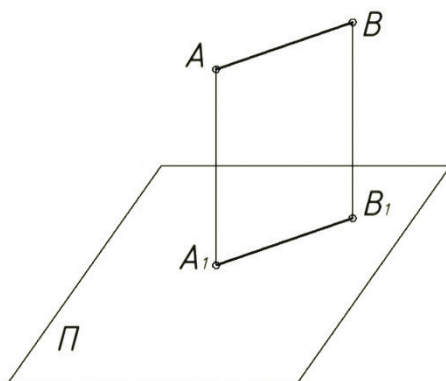


Рис. 6. Проекция отрезка прямой AB

2. Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции линии (рис. 7).

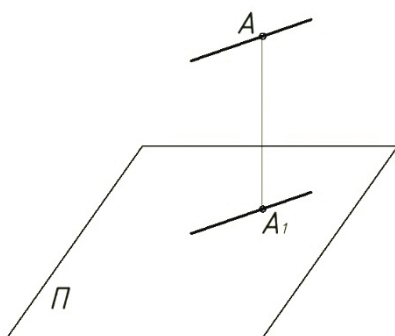


Рис. 7. Проекция точки A , принадлежащей прямой линии

3. Точка пересечения линий проецируется в точку пересечения их проекций (рис. 8).

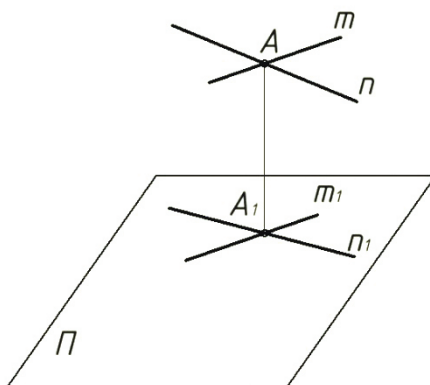
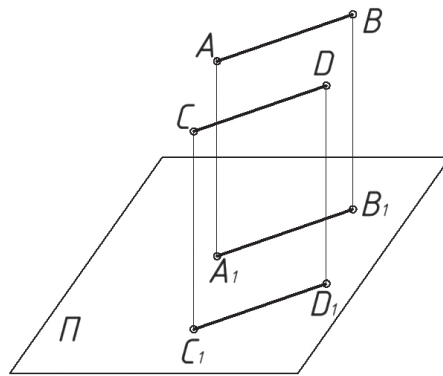


Рис. 8. Проекция точки пересечения A прямых m и n

4. Проекции параллельных прямых параллельны (рис. 9). Если $AB \parallel CD$, то $A_1B_1 \parallel C_1D_1$.

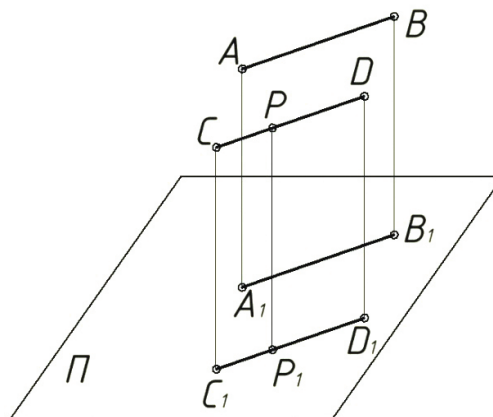

 Рис. 9. Проекция параллельных прямых AB и CD

5. Отношение длин отрезков параллельных прямых равно отношению длин их проекций (рис. 9)

$$\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|A_1B_1|}{|C_1D_1|}.$$

6. Если точка, принадлежащая отрезку прямой, делит его в некотором отношении, то проекция точки делит проекцию отрезка в том же отношении (рис. 10). Здесь $P \in CD$,

$$\frac{|CP|}{|PD|} = \frac{|C_1P_1|}{|P_1D_1|}.$$


 Рис. 10. Деление отрезка CD точкой P в определенном соотношении (сохраняется при проектировании на плоскости проекций Π)

7. Если геометрическая фигура (треугольник ABC) принадлежит плоскости α , параллельной плоскости проекций (например, Π), то проекция этой фигуры на плоскость Π равна самой фигуре (рис. 11).

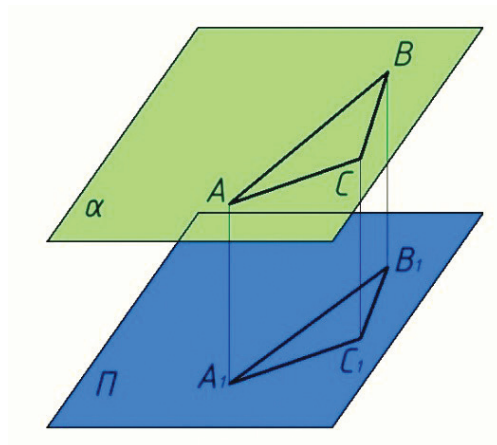


Рис. 11. Иллюстрация сохранения натуральной величины фигуры при параллельности плоскости фигуры и плоскости проецирования

Ортогональное проецирование

При направлении проецирования, перпендикулярном плоскости проекций, параллельное проецирование является ортогональным (прямоугольным).

Для однозначного определения положения геометрического объекта в пространстве французский ученый Гаспар Монж предложил проецировать объект на три взаимно перпендикулярные плоскости. Первая плоскость — горизонтальная плоскость проекций. Обозначение плоскости — Π_1 (рис. 12). Вторая плоскость располагается перед наблюдателем вертикально. Это — фронтальная плоскость проекций — Π_2 (рис. 13).

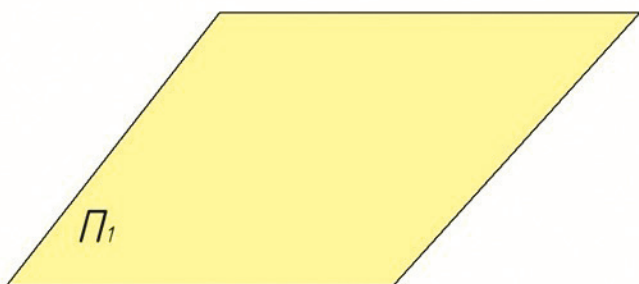


Рис. 12. Одна плоскость проецирования Π_1

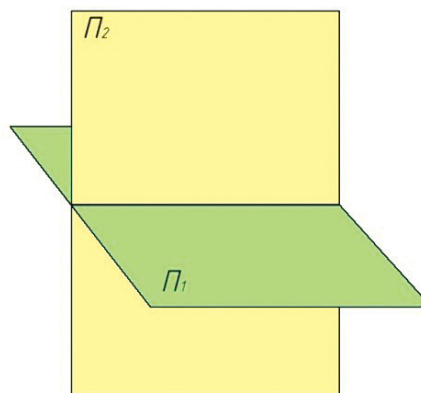


Рис. 13. Две плоскости проецирования — Π_1 и Π_2

Третья плоскость — профильная плоскость проекций — Π_3 (рис. 14).

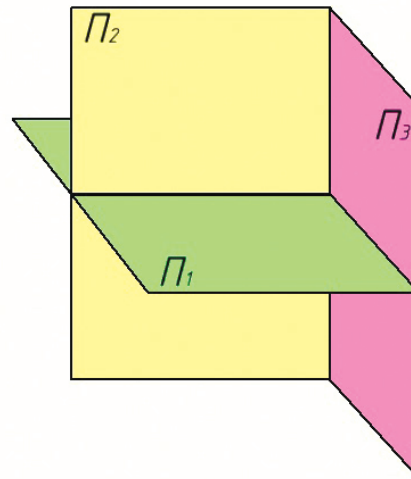


Рис. 14. Три плоскости проецирования — Π_1 , Π_2 и Π_3

Линии пересечения плоскостей проекций создают оси координат: ось абсцисс — OX ; ось ординат — OY ; ось аппликат — OZ . Точка пересечения осей называется началом координат (рис. 15).

Введенные плоскости проекций разделяют пространство на восемь октантов: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

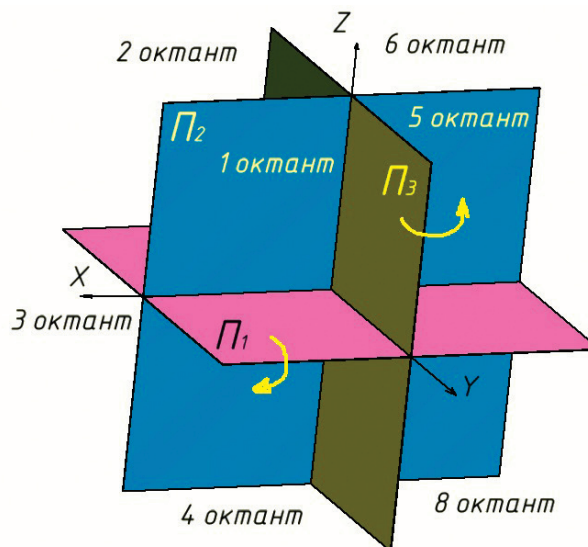


Рис. 15. Деление пространства плоскостями проекций на 8 октантов

ТОЧКА

Координаты точки. Комплексный чертеж точки

Координаты точки A , расположенной в первом октанте, определяются ортогональными проекциями данной точки на плоскости проекций Π_1, Π_2, Π_3 : A_1 — горизонтальная проекция точки A ; A_2 — фронтальная проекция точки A ; A_3 — профильная проекция точки A в объемном отображении (рис. 16).

Плоская модель пространства получается, если горизонтальную и профильную плоскости проекций совместить с фронтальной плоскостью проекций так, как это показано на рис. 17. В результате проведенных действий получен комплексный чертеж точки A .

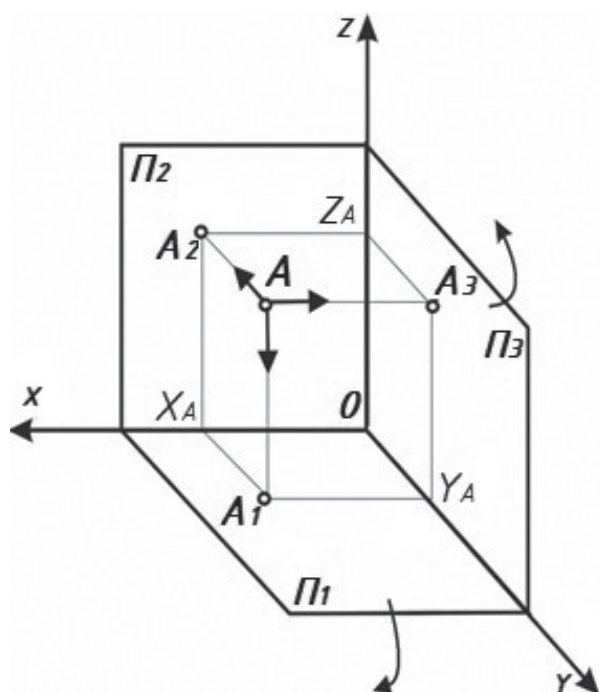


Рис. 16. Проекции точки A в объемном отображении

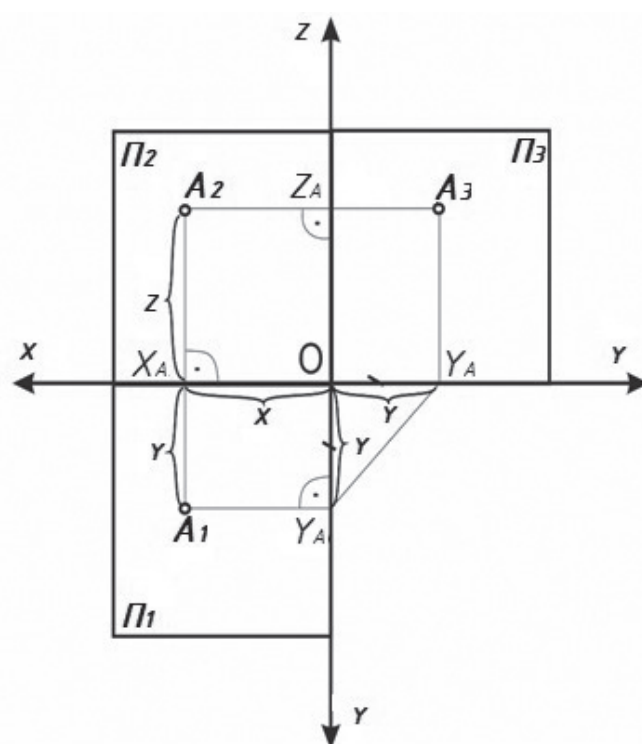


Рис. 17. Комплексный чертеж точки A

Расстояния от точки до плоскостей проекций называются *координатами точки* $X, Y, Z : A(X, Y, Z)$. Из комплексного чертежа видно, что расстояние OA_X — координата X точки $A(X_A)$; расстояние $A_X A_1$ — координата Y точки $A(Y_A)$; расстояние $A_1 A$ — координата Z точки $A(Z_A)$. Линии $A_1 - A_2$, $A_2 - A_3$, $A_1 - A_3$ называются *линиями связи*. Линии связи перпендикулярны соответствующим осям.

Свойства комплексного чертежа:

- 1) положение точки в пространстве определяют три координаты (X, Y, Z) ;
- 2) две проекции точки однозначно определяют положение точки в пространстве;
- 3) по двум проекциям всегда можно построить третью проекцию.

ПРЯМАЯ

Прямая линия (прямая) — это линия, через две точки которой проходит только одна прямая. Участок прямой, ограниченный двумя точками, называется *отрезком прямой*. Для построения проекций прямой достаточно двух ее точек. Прямая может занимать в пространстве различные положения относительно плоскостей проекций. По этому признаку их делят на две группы:

- 1) прямые общего положения;
- 2) прямые частного положения.

Прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется *прямой общего положения* (рис. 18).

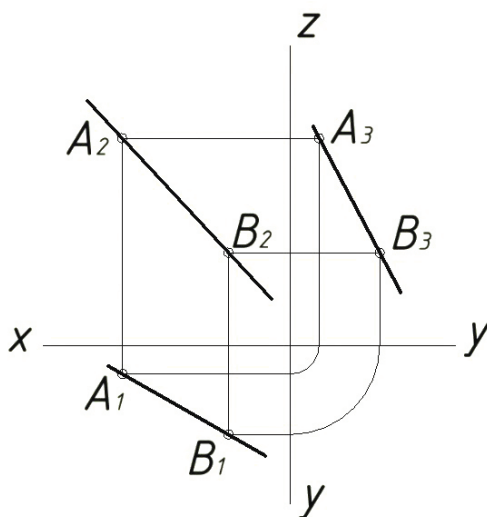


Рис. 18. Отрезок прямой общего положения, заданный точками A и B (прямая AB)

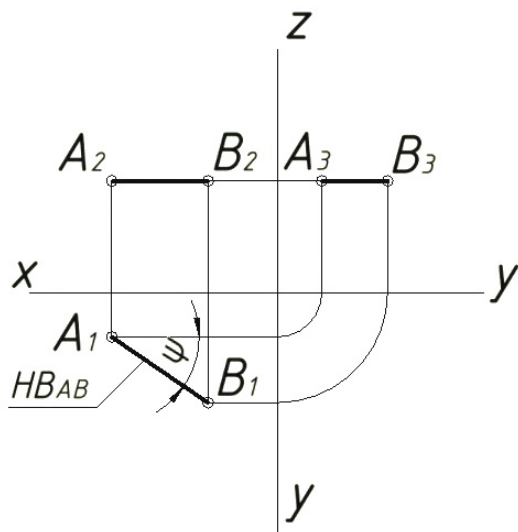
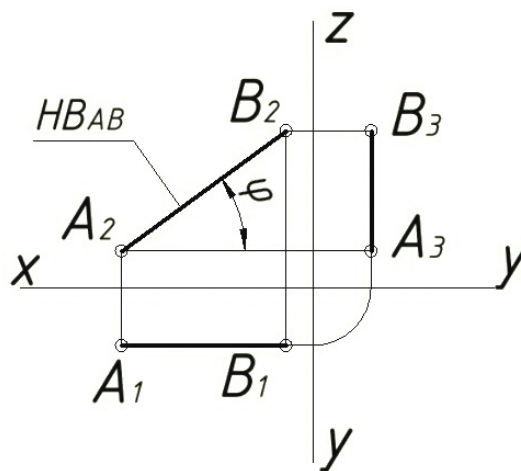
Прямая, параллельная одной или двум плоскостям проекций, называется *прямой частного положения*. Прямые частного положения включают прямые уровня и проецирующие.

Прямые уровня

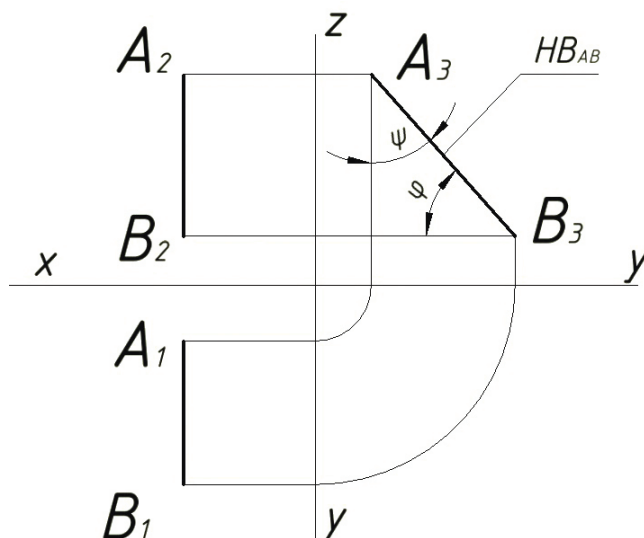
Прямая, параллельная одной из плоскостей проекций, называется *прямой уровня*. В зависимости от плоскости проекций различают следующие прямые уровня: горизонтальную, фронтальную, профильную прямую.

Горизонтальная прямая — прямая параллельная Π_1 . На рис. 19 показан чертеж горизонтальной прямой. Координата Z ее точек является постоянной. Отрезок AB и угол ψ наклона ее к плоскости Π_2 проецируются на плоскость Π_1 без искажения H_{AB} (рис. 19).

Фронтальная прямая — прямая параллельная Π_2 (рис. 20). Координата Y точек является постоянной величиной. Отрезок AB фронтали и угол наклона ее к плоскости Π_1 проецируются на плоскость Π_2 без искажения, в натуральную величину — H_{AB} и ϕ .

Рис. 19. Горизонтальная прямая AB Рис. 20. Фронтальная прямая AB

Профильная прямая — это прямая параллельная Π_3 (рис. 21). Координата X точек профильной прямой является постоянной величиной. Отрезок AB профильной прямой и углы ϕ и ψ наклона ее соответственно к плоскостям Π_1 и Π_2 проецируются на плоскость Π_3 без искажения.

Рис. 21. Профильная прямая AB

Проецирующие и конкурирующие прямые

Прямая перпендикулярная какой-либо плоскости проекций называется *проецирующей прямой*. Проецирующая прямая параллельна двум плоскостям проекций.

Горизонтально-проецирующая прямая — прямая перпендикулярная Π_1 (рис. 22). Горизонтальная проекция этой прямой вырождается в точку, а фронтальная проекция A_2B_2 параллельна линиям связи. Горизонтально-проецирующая прямая параллельна одновременно Π_2 и Π_3 , следовательно, $|A_2B_2| = |A_3B_3| = |AB|$. Точки A и B , принадлежащие прямой $AB \perp \Pi_1$, называются горизонтально-конкурирующими.

Фронтально-проецирующая прямая — прямая перпендикулярная Π_2 (рис. 23). Фронтальная проекция этой прямой вырождается в точку. Фронтально-проецирующая прямая параллельна одновременно Π_1 и Π_3 , следовательно, $|A_1B_1| = |A_3B_3| = |AB|$. Точки A и B , принадлежащие прямой $AB \perp \Pi_2$, называются фронтально-конкурирующими.

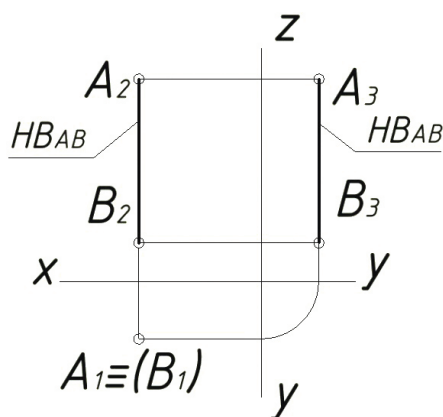


Рис. 22. Горизонтально-проецирующая прямая AB

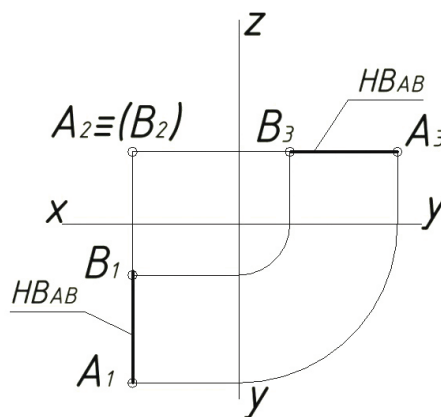


Рис. 23. Фронтально-проецирующая прямая AB

Профильно-проецирующая прямая — прямая перпендикулярная Π_3 (рис. 24). Профильная проекция этой прямой вырождается в точку. Профильно-проецирующая прямая параллельна одновременно Π_1 и Π_2 , следовательно, $|A_2B_2| = |A_1B_1| = |AB|$. Точки A и B называются конкурирующими относительно профильной плоскости проекций.

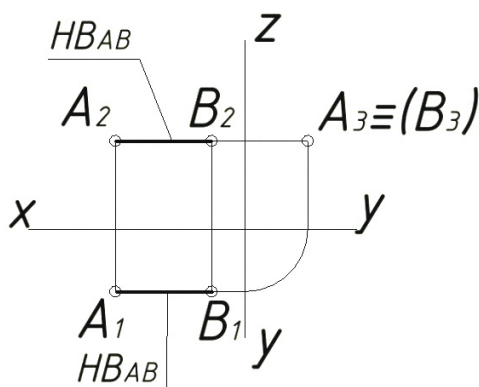


Рис. 24. Профильно-проецирующая прямая AB

Конкурирующие точки применяются для определения видимости проекций геометрических объектов на чертежах.

Следы прямой

След прямой линии — это точка (рис. 25), в которой прямая пересекает плоскость проекций. Поскольку след — точка, принадлежащая одной из плоскостей проекций, постольку одна из ее координат должна быть равна нулю.

Горизонтальный след — $M(Z_M=0)$ — точка пересечения прямой с горизонтальной плоскостью проекций.

Фронтальный след — $N(Y_N=0)$ — точка пересечения прямой с фронтальной плоскостью проекций.

Одноименные проекции следа прямой совпадают с самим следом, а другие проекции лежат на осях. Например, фронтальный след прямой $N_2 \equiv N$, а N_1 лежит на оси X , N_3 — на оси Z .

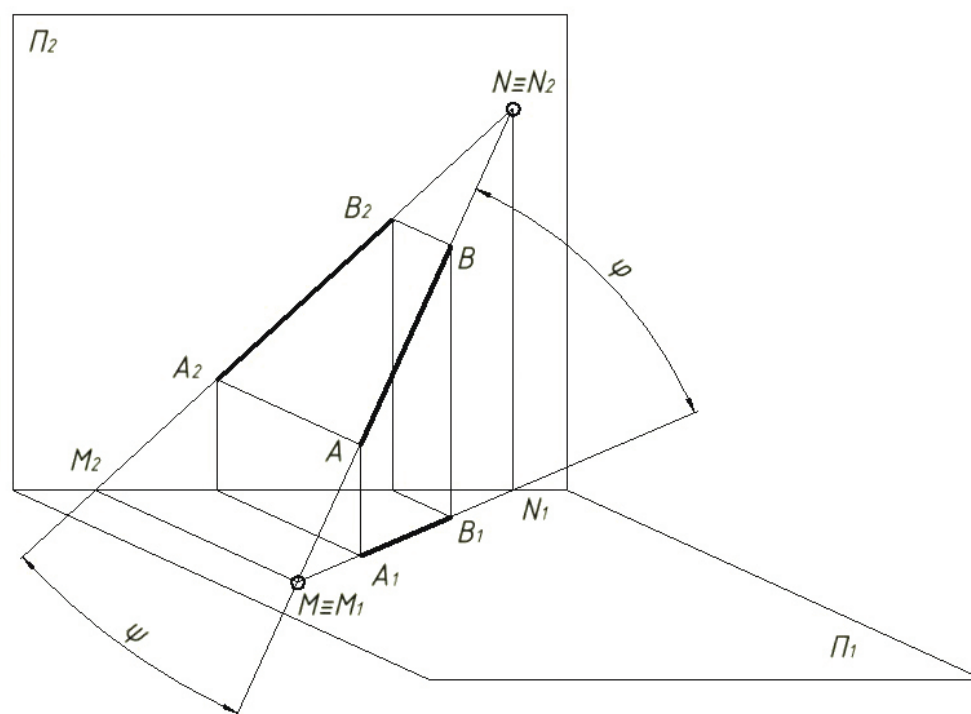


Рис. 25. Иллюстрация построения следов прямой AB на Π_1 и Π_2

Отмеченные особенности в расположении следов проекций позволяют сформулировать следующие правила.

1. Для построения горизонтального следа M прямой AB , необходимо продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью XO и в этой точке восстановить перпендикуляр к оси до пересечения с горизонтальной проекцией прямой (рис. 26).

2. Для построения фронтального следа N прямой AB , нужно из точки пересечения горизонтальной проекции ее с осью OX восстановить перпендикуляр до пересечения с фронтальной проекцией прямой (рис. 26).

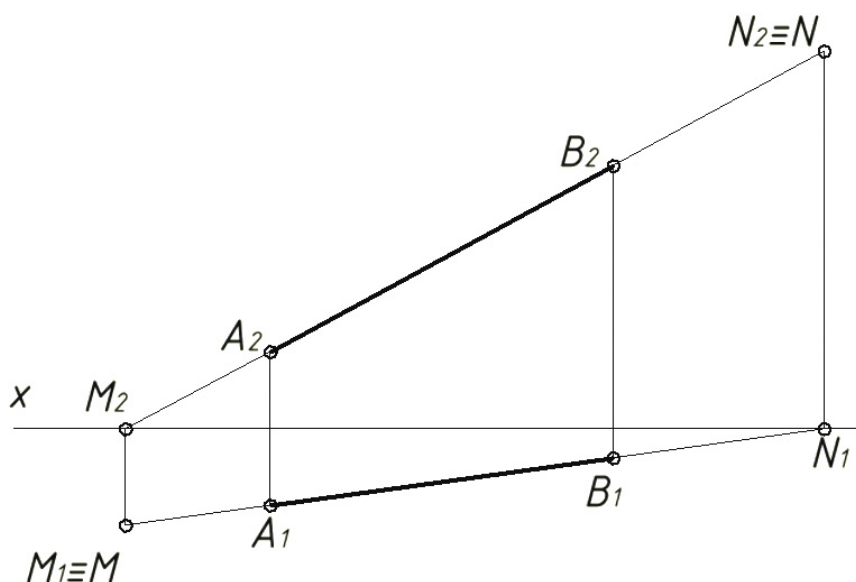


Рис. 26. Следы прямой AB на чертеже:
горизонтальный след M и фронтальный след N

Метод прямоугольного треугольника

На рис. 27 показана пространственная схема, поясняющая метод прямоугольного треугольника. Отрезок прямой общего положения AB располагается относительно некоторой плоскости проекций (на рисунке — Π_1). Прямоугольный треугольник получается при продолжении AB до пересечения с Π_1 и определении проекций точек — A_1 и B_1 .

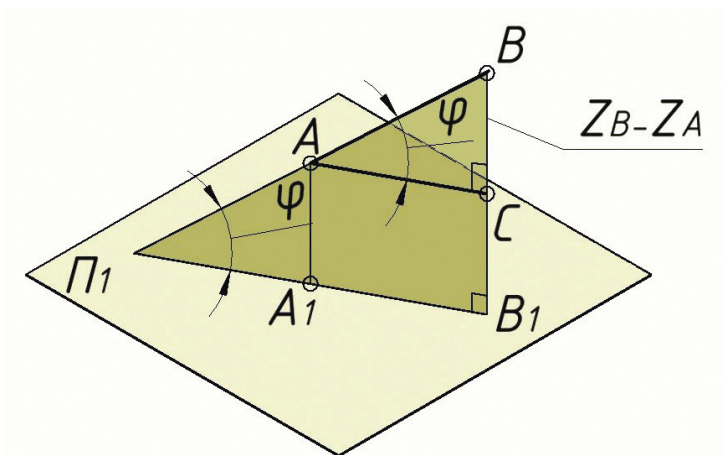


Рис. 27. Иллюстрация определения соотношения параметров отрезка и его проекций методом прямоугольного треугольника

Для нахождения натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника необходимо выполнить следующие построения.

1. Определить ортогональную проекцию A_1B_1 отрезка AB на плоскость Π_1 . Для этого необходимо провести $AC \parallel A_1B_1$.

2. Проанализировать свойства получившегося треугольника: $\triangle ABC$ — прямоугольный, $|AC| = |A_1B_1|$; $|BC| = |BB_1| - |AA_1| = Z_B - Z_A$.

3. Отрезок AB является гипотенузой треугольника, а угол φ — углом наклона AB к Π_1 . Прямоугольный треугольник позволяет найти параметры:

1) HB_{AB} — это гипотенуза;

2) катет $BC = Z_B - Z_A$;

3) катет $AC = A_1B_1$.

На рис. 28 приведены необходимые построения на комплексном чертеже. Рассмотренный порядок построений не зависит от выбранной плоскости проекций и точки отрезка, в которой проводится луч прямого угла.

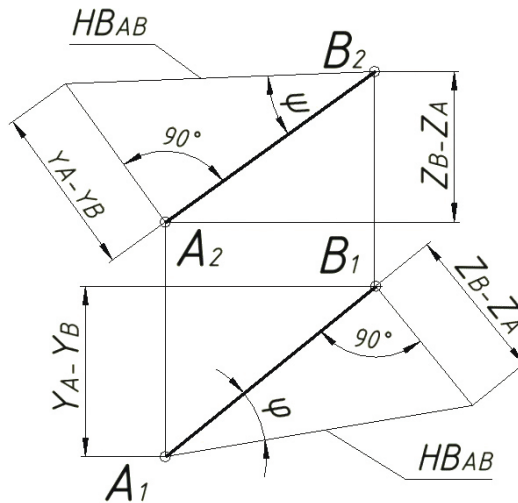


Рис. 28. Использование метода прямоугольного треугольника на чертеже

Пример применения метода прямоугольного треугольника

Определить натуральную величину отрезка AB и угол ψ (угол наклона отрезка прямой AB к Π_2). $A(80,35,45)$; $B(20,10,15)$.

Последовательность решения задачи.

1. По условиям задачи построить две проекции отрезка AB (рис. 29).

2. Определить разность координат концов отрезка AB на Π_1 (ΔY_{AB}).

3. Построить перпендикуляр к фронтальной проекции отрезка AB длиной равной ΔY_{AB} ($A_2A_2^*$).

4. Соединить точки B_2 и A_2^* . В построенном прямоугольном треугольнике $B_2A_2A_2^*$ гипотенуза $B_2A_2^*$ является натуральной величиной отрезка AB (HB_{AB}), угол ψ , находящийся напротив отрезка $A_2A_2^*$, соответствует углу наклона прямой AB к фронтальной плоскости проекций.

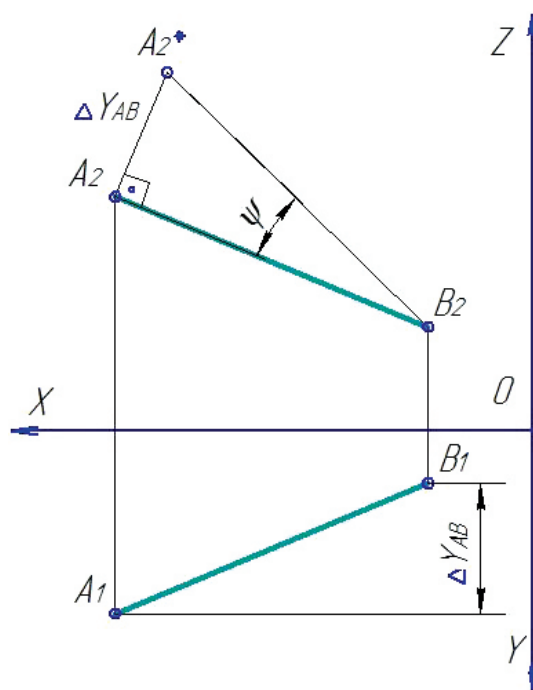


Рис. 29. Построение H_{AB} и ψ с использованием метода прямоугольного треугольника

ПЛОСКОСТЬ

Способы задания плоскости

Плоскость в пространстве может быть задана:

1) тремя точками, не лежащими на одной прямой, рис. 30;

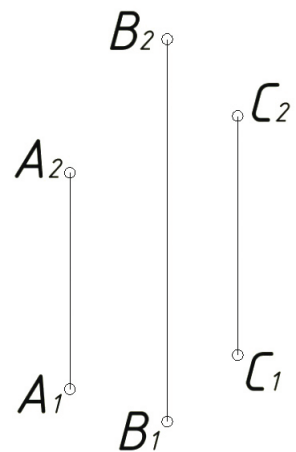


Рис. 30. Плоскость, заданная тремя точками

2) прямой и точкой, взятой вне прямой, рис. 31;

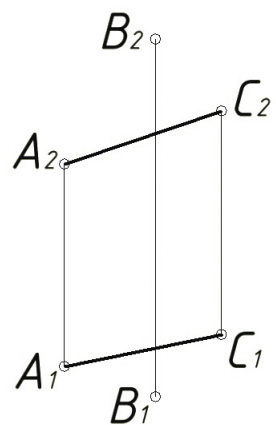


Рис. 31. Плоскость, заданная точкой и прямой

3) двумя пересекающимися прямыми,
рис. 32;

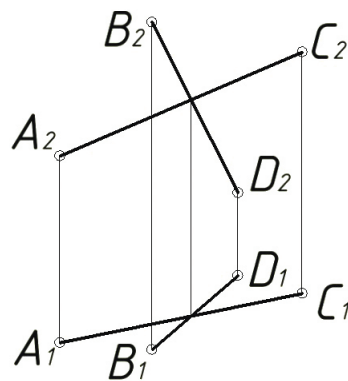


Рис. 32. Плоскость, заданная пересекающимися прямыми

4) двумя параллельными прямыми,
рис. 33;

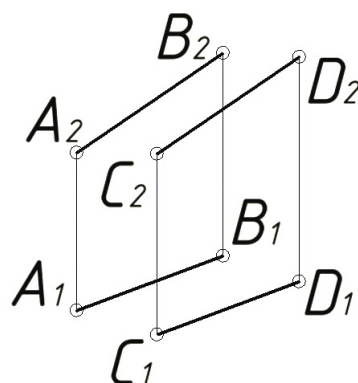


Рис. 33. Плоскость, заданная параллельными прямыми

5) плоской фигурой, рис. 34.

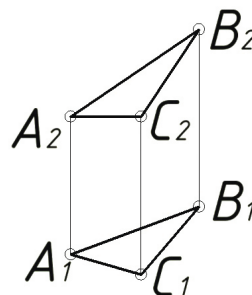


Рис. 34. Плоскость, заданная треугольником

Следы плоскости

Плоскость может быть задана *следами* — линиями пересечения плоскости с плоскостями проекций (рис. 35, 36), где α — плоскость; α_{n1} — горизонтальный след плоскости α ; α_{n2} — фронтальный след плоскости α ; α_{n3} — профильный след плоскости α ; $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ — точки схода следов.

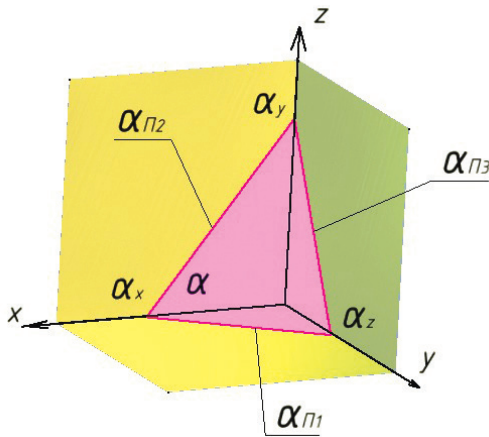


Рис. 35. Иллюстрация пространственного изображения следов плоскости

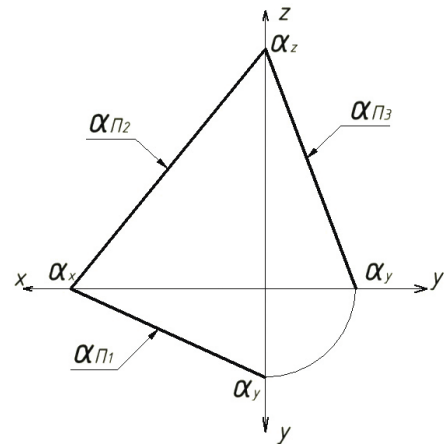


Рис. 36. Следы плоскости на чертеже

Плоскости общего и частного положения

Плоскость может занимать различные положения относительно плоскостей проекций.

Плоскость не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций называется *плоскостью общего положения*.

Проецирующие плоскости

Плоскость перпендикулярная одной из плоскостей проекций называется *проецирующей*.

Горизонтально-проецирующая плоскость — плоскость перпендикулярная Π_1 (рис. 37).

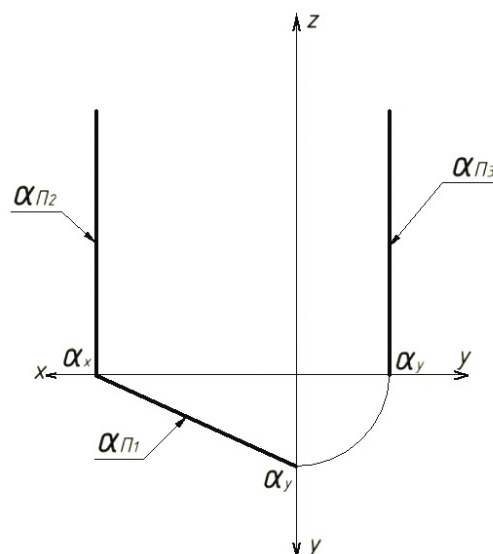


Рис. 37. Горизонтально-проецирующая плоскость

Горизонтальная проекция плоскости α вырождается в прямую линию α_{π_1} . Горизонтальная проекция любой геометрической фигуры, принадлежащей плоскости, совпадает с горизонтальной проекцией α_{π_1} плоскости α .

Фронтально-проецирующая плоскость — плоскость перпендикулярная π_2 (рис. 38).

Фронтальная проекция такой плоскости вырождается в прямую линию α_{π_2} .

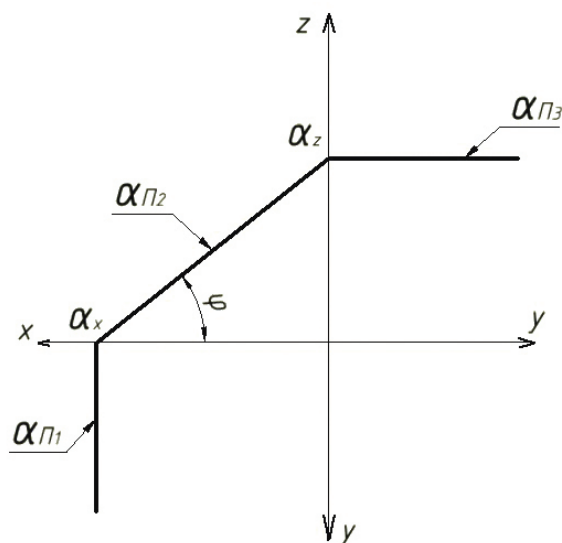


Рис. 38. Фронтально-проецирующая плоскость

Фронтальная проекция любой геометрической фигуры, принадлежащей плоскости, совпадает с фронтальной проекцией α_{π_2} плоскости. Угол ϕ — угол наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций.

Профильно-проецирующая плоскость — плоскость перпендикулярная π_3 (рис. 39).

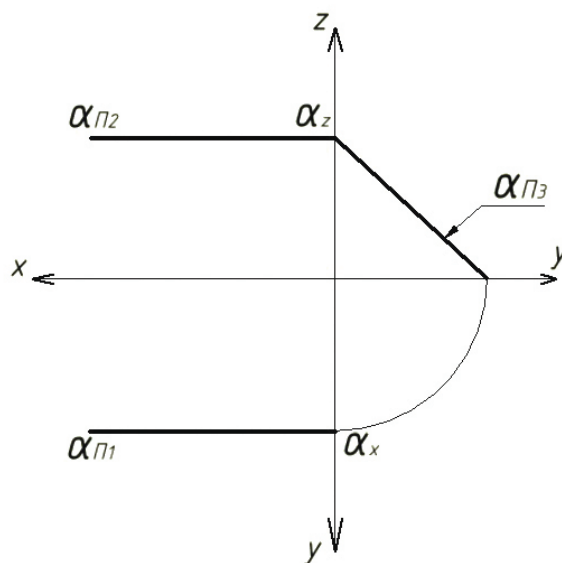


Рис. 39. Профильно-проецирующая плоскость

Профильная проекция плоскости вырождается в прямую $\alpha_{\pi 3}$. Профильная проекция любой геометрической фигуры, принадлежащей плоскости α , совпадает с профильной проекцией $\alpha_{\pi 3}$ плоскости α .

Плоскости уровня

Плоскость параллельная одной из плоскостей проекций называется *плоскостью уровня*.

Горизонтальная плоскость уровня — плоскость параллельная Π_1 (рис. 40). Горизонтальная плоскость уровня α перпендикулярна плоскостям Π_2 и Π_3 . Любая геометрическая фигура, принадлежащая плоскости α , проецируется на горизонтальную плоскость проекций в натуральную величину.

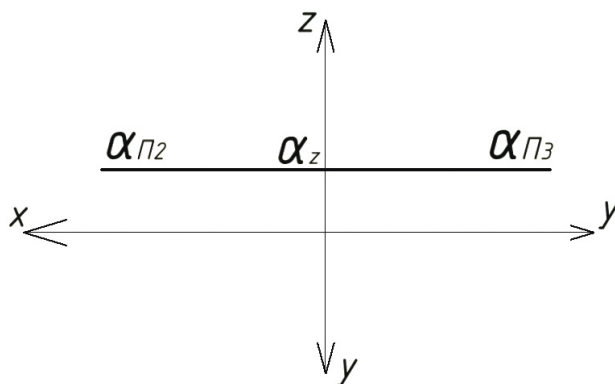


Рис. 40. Горизонтальная плоскость

Фронтальная плоскость уровня — плоскость параллельная Π_2 (рис. 41). Фронтальная плоскость уровня перпендикулярна плоскостям Π_1 и Π_3 . Любая геометрическая фигура, принадлежащая плоскости, проецируется на фронтальную плоскость проекций в натуральную величину.

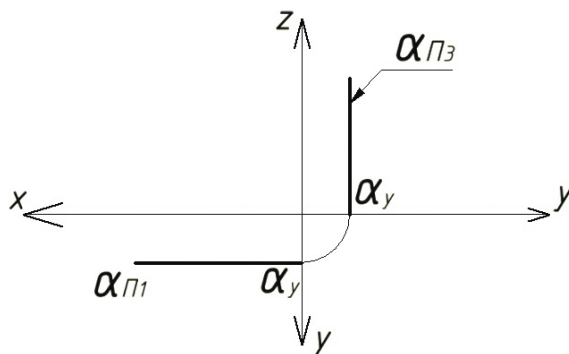


Рис. 41. Фронтальная плоскость

Профильная плоскость уровня — плоскость параллельная Π_3 (рис. 42). Профильная плоскость уровня α перпендикулярна плоскостям Π_1 и Π_2 . Любая фигура, принадлежащая плоскости α , проецируется на профильную плоскость проекций в натуральную величину.

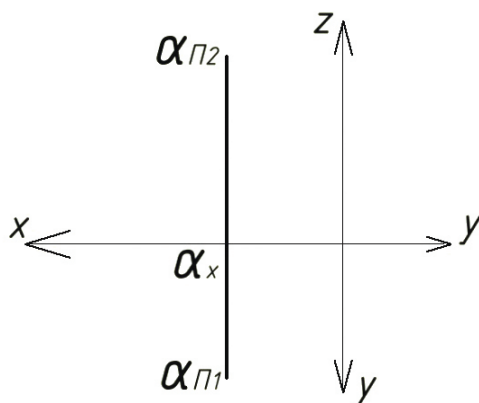


Рис. 42. Профильная плоскость

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Принадлежность точки прямой линии

Если точка K принадлежит отрезку прямой линии AB (рис. 43), то ее проекции находятся на соответствующих проекциях AB : $K_1 \in A_1B_1$; $K_2 \in A_2B_2$.

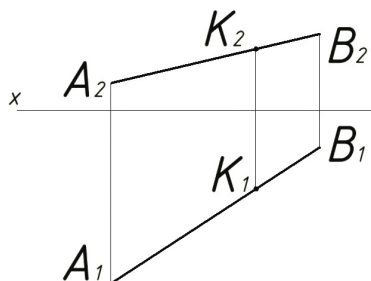


Рис. 43. Принадлежность точки K прямой AB (на чертеже сохраняется)

Принадлежность точки плоскости

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой этой плоскости (рис. 44): $AD \in \Delta ABC$; $K \in AD \Rightarrow K \in \Delta ABC$.

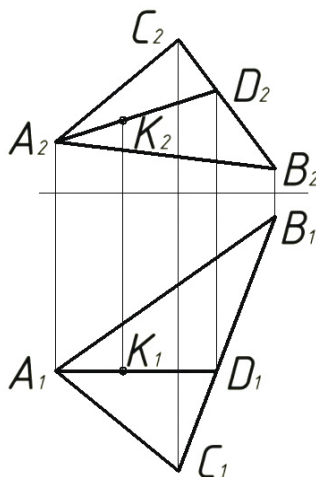


Рис. 44. Иллюстрация принадлежности точки K плоскости ΔABC

Условие перпендикулярности прямых линий

При отсутствии параллельности лучей прямого угла к плоскостям проекций, угол будет проецироваться с искажением. Если один луч прямого угла параллелен какой-либо плоскости проекций (рис. 45), то на эту плоскость угол проецируется в натуральную величину: $\angle ABC = 90^\circ$; $AB \parallel \Pi_1 \Rightarrow \angle A_1 B_1 C_1 = 90^\circ$.

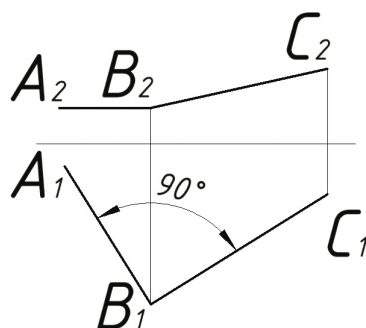


Рис. 45. Иллюстрация сохранения прямого угла при проецировании

Условие перпендикулярности прямой линии и плоскости

Прямая линия перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости (рис. 46): $AN \perp AD$ и $AN \perp KB \Rightarrow AN \perp \triangle ABC$. Нормаль — это линия, перпендикулярная плоскости, имеющая одну общую точку с плоскостью.

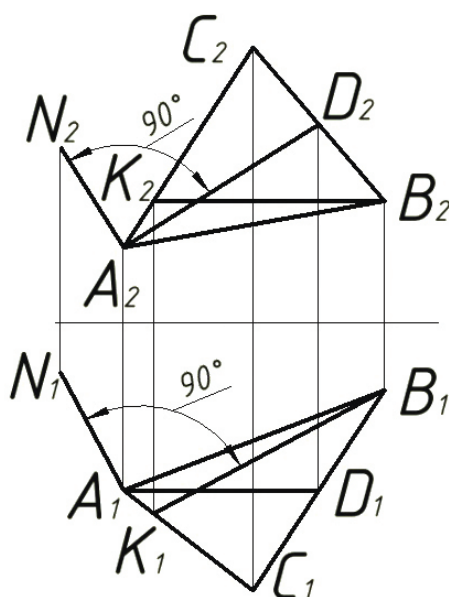


Рис. 46. Пример построения $NA \perp \triangle ABC$

Условие параллельности прямой линии и плоскости

Прямая линия параллельна плоскости, если она параллельна прямой этой плоскости (рис. 47): $m \parallel AK$ и $AK \in \triangle ABC \Rightarrow m \parallel \triangle ABC$.

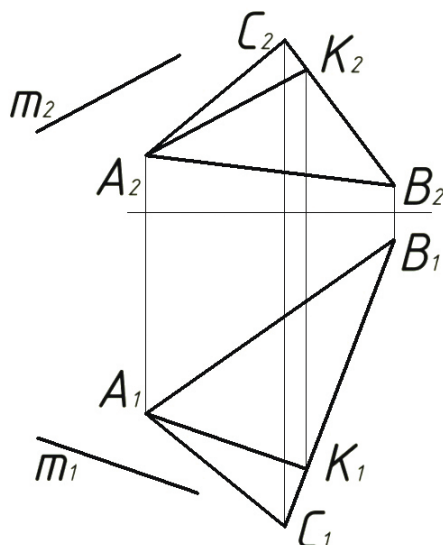


Рис. 47. Пример построения $m \parallel \triangle ABC$

Главные линии плоскости

Главные (особые) линии плоскости, используемые при решении задач, следующие.

1. Горизонталь — горизонтальная прямая, принадлежащая плоскости (рис. 48).
2. Фронталь — фронтальная прямая, принадлежащая плоскости (рис. 49).

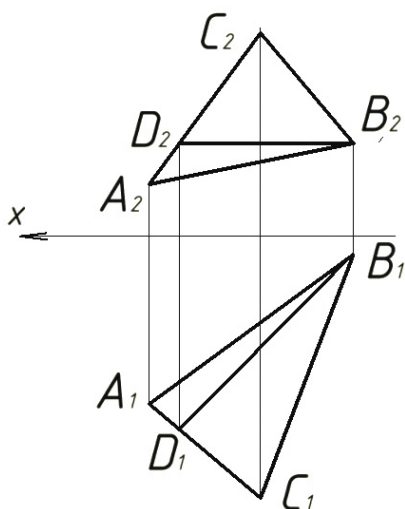


Рис. 48. Горизонталь BD

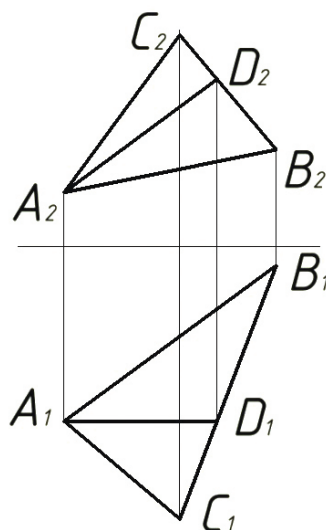


Рис. 49. Фронталь AD

3. Линия наибольшего угла наклона плоскости к Π_2 (рис. 50) — это линия MN . Условия построения линии наибольшего угла наклона плоскости к Π_2 :

- линия принадлежит плоскости ($MN \in \Delta ABC$);
- линия перпендикулярна фронтоли ($MN \perp AD$).

4. Линия наибольшего угла наклона плоскости к Π_1 (рис. 51) — линия ската:

- линия принадлежит плоскости ($PK \in \Delta ABC$);
- линия перпендикулярна горизонтали ($PK \perp BD$).

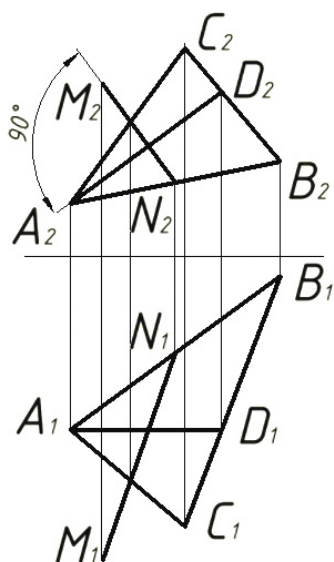


Рис. 50. MN — линия наибольшего наклона плоскости ΔABC к Π_2

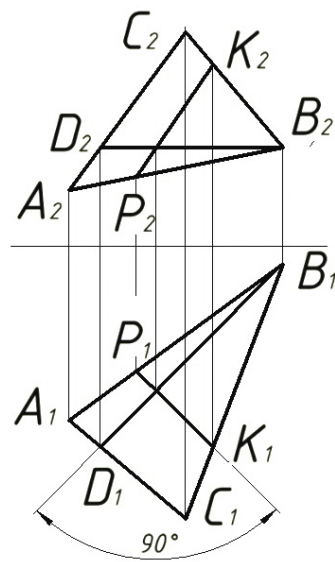
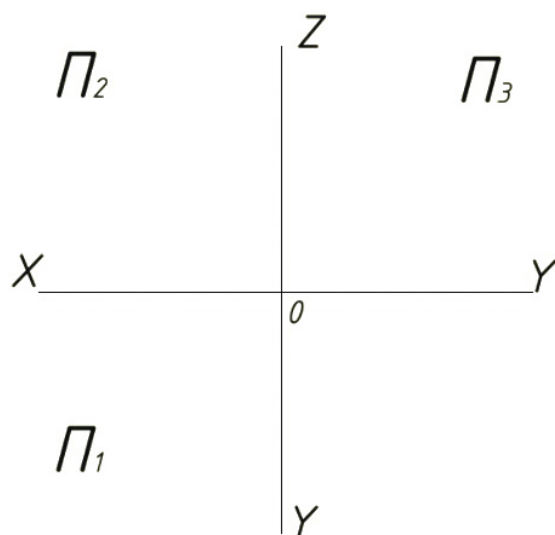


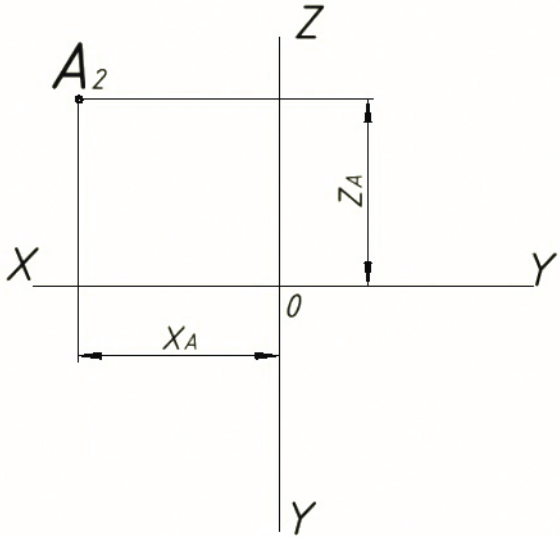
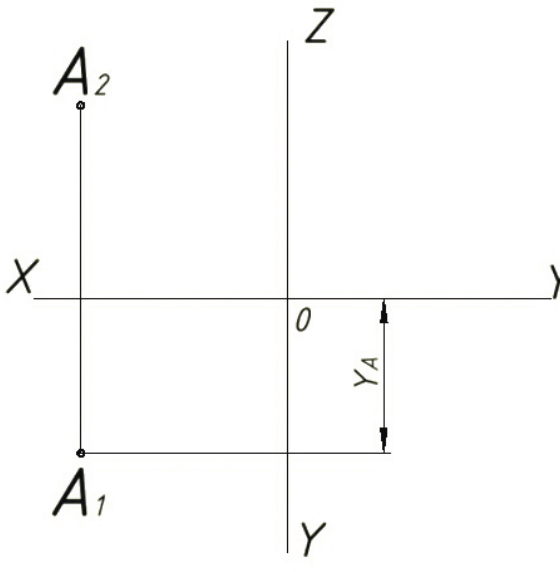
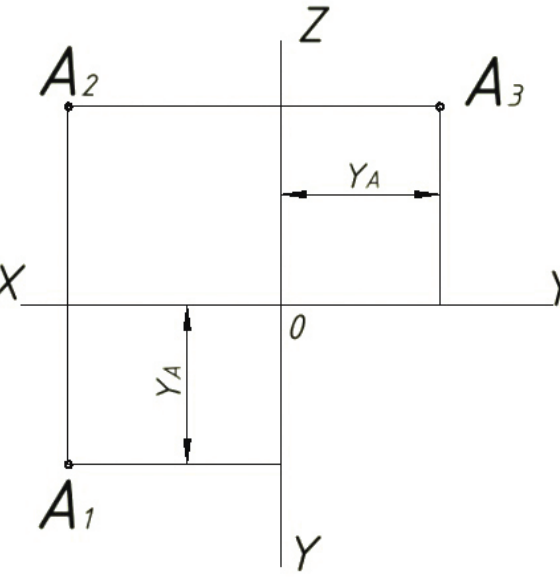
Рис. 51. PK — линия ската ΔABC

Примеры решения задач по темам: «Точка», «Прямая», «Плоскость», «Взаимное положение геометрических объектов»

Задача 1. Построить проекции точки $A(60, 45, 55)$. Решить задачу в 3-х проекциях

Алгоритм решения задачи
Построить и обозначить координатные оси (X, Y, Z), начало координат (точка O), плоскости проекций (Π_1, Π_2, Π_3)

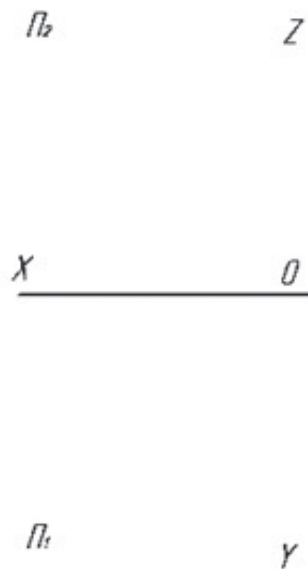


<p>Определить положение фронтальной проекции точки A (A_2): на оси X от точки O (начало координат) отложить влево значение координаты $X_A = 60$ мм. На оси Z от точки O отложить вверх $Z_A = 55$ мм</p>	
<p>Определить положение горизонтальной проекции точки A (A_1): на оси Y от точки O (начало координат) отложить вниз значение координаты $Y_A = 45$ мм</p>	
<p>Определить положение профильной проекции точки A (A_3): на оси Y от точки O (начало координат) отложить вправо значение координаты $Y_A = 45$ мм. Провести линию связи перпендикулярно оси Z до пересечения с линией связи, проведенной от полученной точки вверх, перпендикулярно оси Y. Задача решена</p>	

Задача 2. Дана точка E и разноименные проекции точек F и N , лежащих на одной прямой. Определить координату Y точки F и координату Z точки N . Даны координаты точек: $E(50, 30, 20)$; $F(60, ?, 15)$; $N(15, 15, ?)$. Решить задачу в 2-х проекциях

Алгоритм решения задачи

Построить и обозначить координатные оси (X, Y, Z), начало координат (точка O), плоскости проекций (Π_1, Π_2)

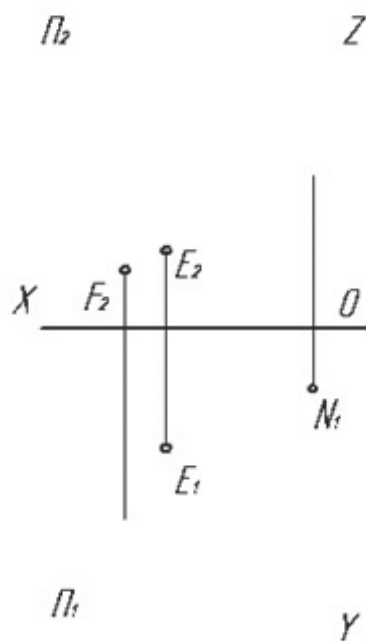


Выполнить построение проекций точек:

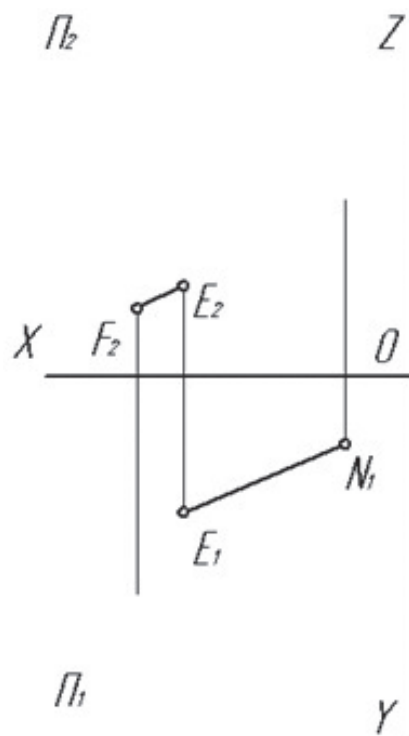
E — проекции E_1 и E_2 ;

F — проекция F_2 ;

N — проекция N_1

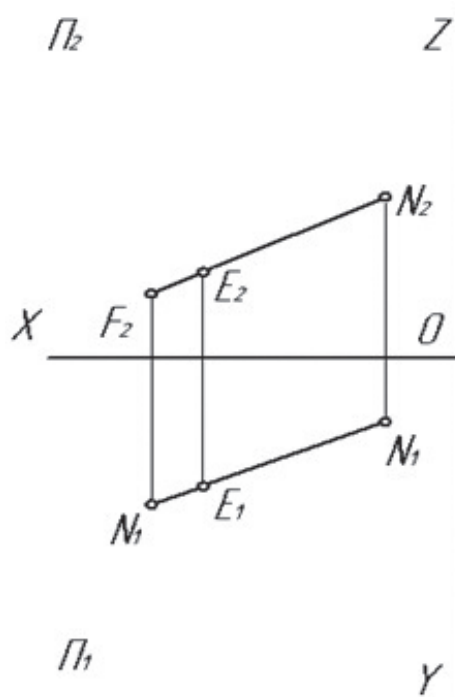


По условию задачи все точки принадлежат одной прямой. Следовательно, одноименные проекции точек можно соединить отрезками. На Π_1 соединить проекции E_1 и N_1 , на Π_2 — E_2 и F_2



Для нахождения координаты Y точки F и координаты Z точки N достаточно продлить проекции построенных отрезков до пересечения с линиями связей соответствующих точек.

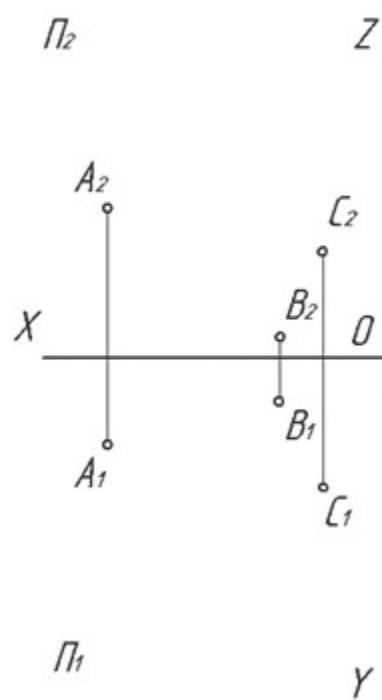
Задача решена



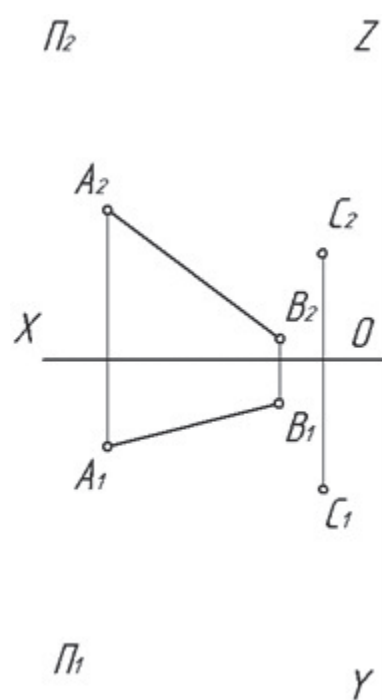
Задача 3. Через точку C провести горизонтальную прямую CD , пересекающую отрезок AB . Даны координаты точек: $A(70, 40, 45)$; $B(30, 20, 15)$; $C(10, 50, 30)$. Решить задачу в 2-х проекциях

Алгоритм решения задачи

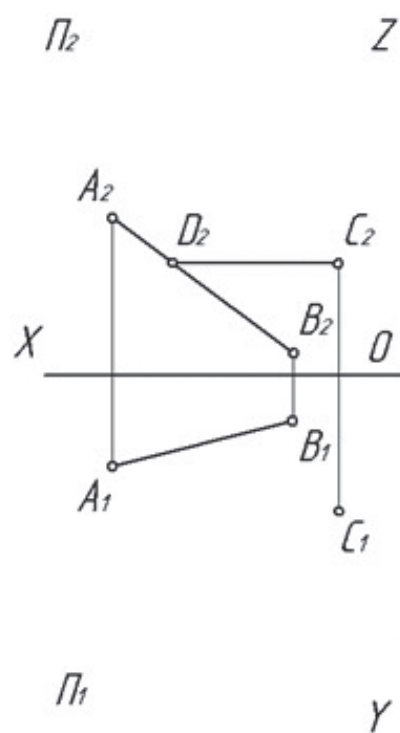
Построить и обозначить координатные оси (X, Y, Z) , начало координат (точка O), плоскости проекций (Π_1, Π_2) . Используя условие задачи, выполнить построение проекций точек $A(A_1$ и $A_2)$, $B(B_1$ и $B_2)$, $C(C_1$ и $C_2)$



Построить горизонтальную и фронтальную проекции отрезка прямой AB , соединив одноименные проекции точек на Π_1 и Π_2

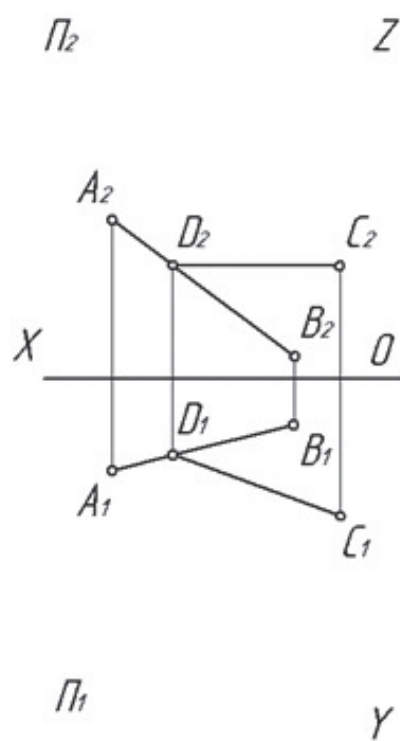


По условию задачи CD — горизонтальная прямая, следовательно, ее фронтальная проекция C_2D_2 параллельна оси OX



Для построения горизонтальной проекции прямой CD достаточно найти точку D и соединить ее с горизонтальной проекцией точки C (C_1).

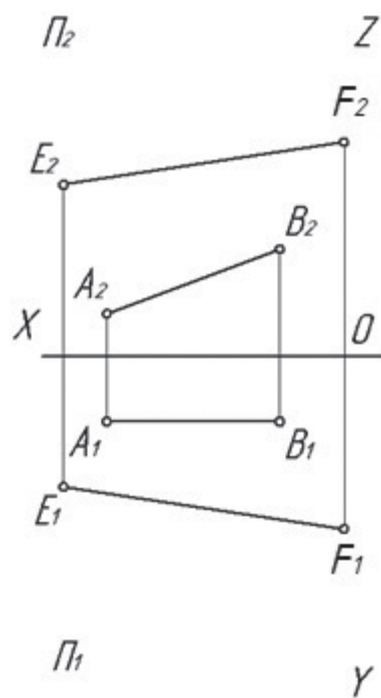
Задача решена



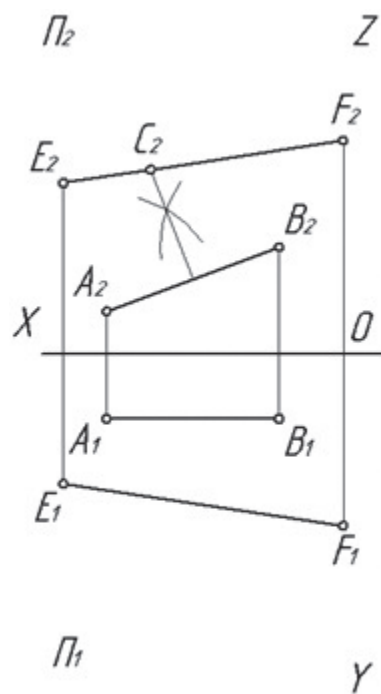
Задача 4. Построить проекции равнобедренного треугольника ABC , если дано его основание AB , а вершина C лежит на прямой EF . Даны координаты точек $A(75, 15, 10)$; $B(20, 15, 25)$; $E(70, 30, 40)$; $F(10, 40, 50)$. Решить задачу в 2-х проекциях

Алгоритм решения задачи

Построить и обозначить координатные оси (X, Y, Z), начало координат (точка O), плоскости проекций (Π_1, Π_2). Используя условие задачи, выполнить построение проекций точек A (A_1 и A_2), B (B_1 и B_2), E (E_1 и E_2); F (F_1 и F_2) и построить горизонтальную и фронтальную проекции отрезков прямых AB и EF , соединив одноименные проекции точек на Π_1 и Π_2



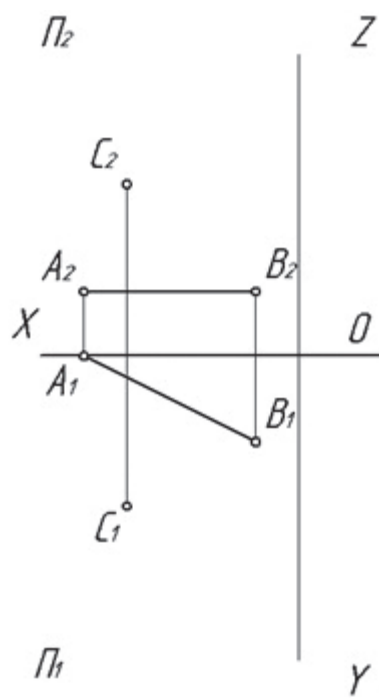
Отрезок AB занимает частное положение по отношению к плоскостям проекций. Он параллелен фронтальной плоскости проекций. На Π_1 проекция отрезка AB (A_1B_1) параллельна оси OX , а на Π_2 проекция отрезка AB (A_2B_2) — его натуральная величина. Для решения задачи необходимо построить серединный перпендикуляр к фронтальной проекции отрезка AB (A_2B_2) до пересечения с E_2F_2 в точке C_2



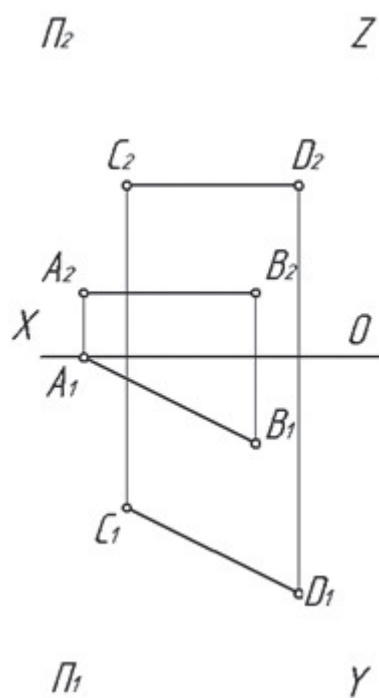
Задача 5. Определить расстояние между параллельными прямыми, заданными отрезками AB и CD . Даны координаты точек $A(75, 0, 10)$; $B(30, 20, 10)$; $C(60, 35, 35)$; $D(20, ?, ?)$. Решить задачу в 2-х проекциях

Алгоритм решения задачи

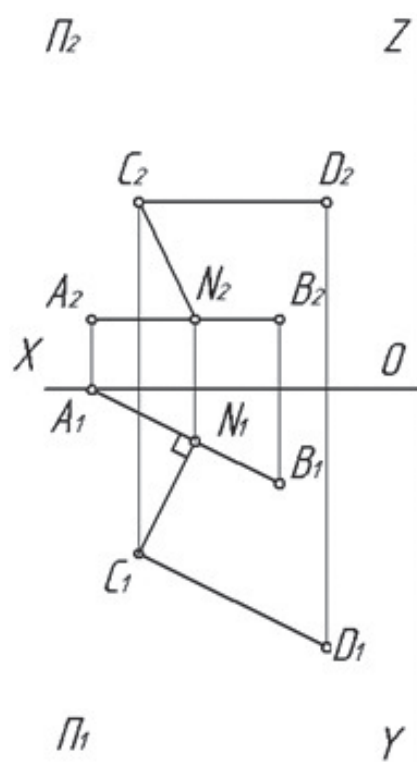
Построить и обозначить координатные оси (X, Y, Z), начало координат (точка O), плоскости проекций (Π_1, Π_2). Используя условие задачи, выполнить построение проекций точек $A(A_1 \text{ и } A_2)$, $B(B_1 \text{ и } B_2)$, $C(C_1 \text{ и } C_2)$. Для точки D показать положение линии связи на расстоянии 20 мм от начала координат и перпендикулярно оси OX



Построить горизонтальную и фронтальную проекции отрезка прямых AB , соединив одноименные проекции точек на Π_1 и Π_2 . Из условия задачи известно, что отрезки прямых AB и CD параллельны, следовательно, их проекции параллельны. Через точки C_1 и C_2 провести отрезки прямых параллельно A_1B_1 и A_2B_2 до пересечения с линией связи, построенной для точки D

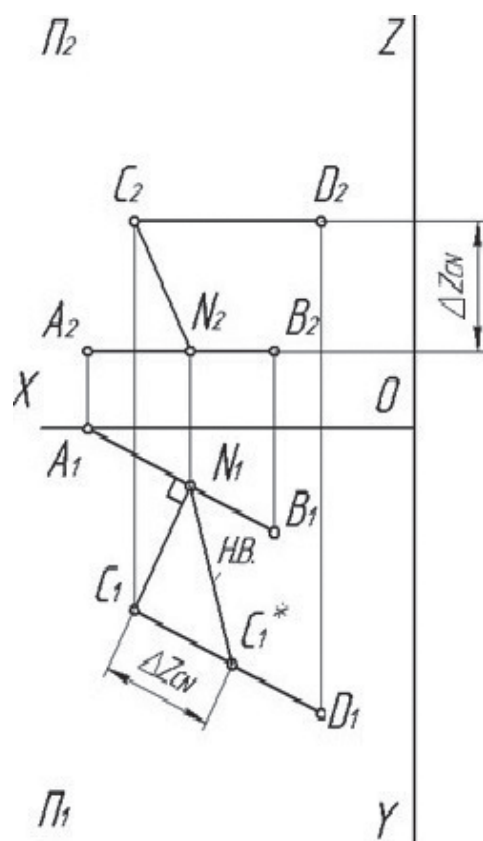


AB и CD — горизонтали. Расстояние между ними определяет перпендикуляр, проведенный от точки C_1 к A_1B_1



Отрезок CN занимает общее положение по отношению к плоскостям проекций. Натуральная величина отрезка CN определена методом прямоугольного треугольника.

Задача решена



СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Основные задачи, решаемые в начертательной геометрии, связаны с определением геометрических объектов относительно друг друга или относительно плоскостей проекций — *позиционные* либо с определением натуральной величины отрезков, плоскостей, углов наклона и т. д. — *метрические*.

Можно выделить несколько типов задач по преобразованию объектов:

- 1) преобразование прямой общего положения в прямую частного положения (горизонталь или фронталь);
- 2) преобразование прямой частного положения (горизонтали или фронтали) в проецирующую прямую;
- 3) преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость;
- 4) преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня.

Перемена (замена) плоскостей проекций

Сущность перемены (замены) плоскостей проекций (рис. 52) заключается в том, что вводится дополнительная плоскость проекций, перпендикулярная к одной из основных плоскостей проекций так, чтобы проецируемый объект занимал относительно нее частное положение. Эти две плоскости проекций образуют новую систему плоскостей, для которой справедливы все законы ортогонального проецирования. Геометрический объект своего положения не меняет.

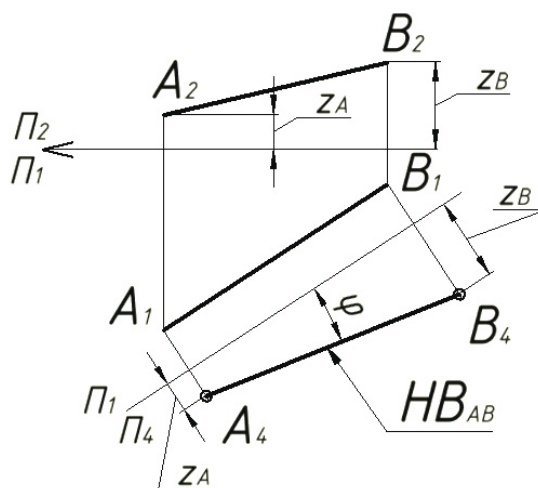


Рис. 52. Пример определения натуральной величины отрезка AB (HB_{AB}) и угла наклона к $\Pi_1(\varphi)$ способом замены плоскостей проекций

На рис. 52 показано построение проекции прямой AB в новой системе плоскостей $\Pi_1 \perp \Pi_4$. Новая ось Π_1/Π_4 параллельна A_1B_1 . Линии проекционной связи проводятся от горизонтальных проекций концов отрезка A_1B_1 перпендикулярно оси Π_1/Π_4 .

При замене плоскости Π_2 на Π_4 , расстояния, соответствующие удалению концов отрезка от плоскости Π_1 по оси Y , не меняются. В новой системе плоскостей проекция отрезка A_4B_4 является натуральной величиной (HB_{AB}), а угол ψ — углом наклона отрезка AB к фронтальной плоскости проекций.

Плоскопараллельное перемещение

Плоскопараллельным перемещением называется движение всех точек геометрического объекта в плоскостях параллельных некоторой неподвижной плоскости, без изменений вида и размеров геометрического объекта (рис. 53).

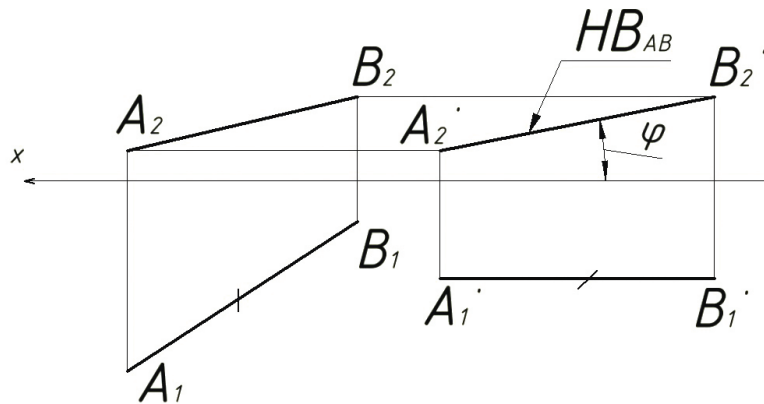


Рис. 53. Пример определения натуральной величины отрезка AB (HB_{AB}) и угла наклона к Π_1 (φ) способом плоскопараллельного перемещения

Заданный геометрический объект совершает плоскопараллельное движение, при котором все его точки движутся параллельно некоторой плоскости до положения параллельного или перпендикулярного плоскости проекций. Горизонтальная проекция A_1B_1 не меняет своей величины при повороте до положения параллельного оси OX . Фронтальные проекции концов отрезка A_2 и B_2 перемещаются в плоскостях параллельных горизонтальной плоскости проекций до положения A_2' и B_2' .

В результате проведенных построений отрезок AB займет частное положение по отношению к плоскостям проекций — положение фронтали. Определены натуральная величина отрезка AB и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (φ).

Вращение вокруг прямых перпендикулярных плоскостям проекций

При данном способе преобразования заданный геометрический объект вращается вокруг оси до положения параллельного или перпендикулярного какой-либо плоскости проекций (рис. 54). Все точки объекта движутся по окруж-

ностям, которые располагаются в плоскостях уровня, перпендикулярных оси вращения.

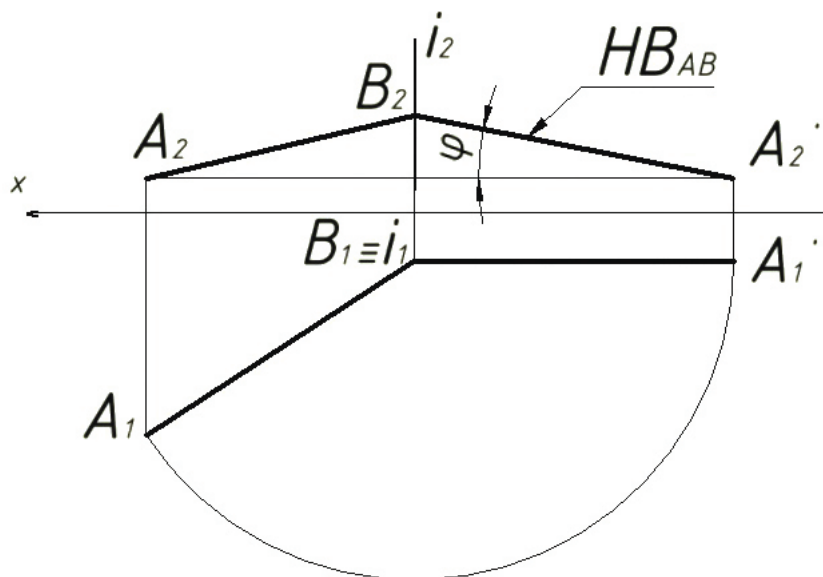


Рис. 54. Пример определения натуральной величины отрезка AB (HB_{AB}) и угла наклона к $\Pi_1(\varphi)$ способом вращения вокруг горизонтально-проецирующей оси i

Ось i перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций. Точка A перемещается по окружности, плоскость которой перпендикулярна оси вращения. В новом положении отрезок является фронтальной прямой, следовательно, $A_2'B_2 = HB_{AB}$.

ПОВЕРХНОСТИ

Поверхность — множество положений линии, перемещающейся в пространстве по определенному закону. Эта линия образующая. Она может быть прямой и кривой, а во время своего движения может быть неизменной или менять свою форму.

Поверхности, образованные движением прямой линии, называют *линейчатыми*. Поверхности, которые могут быть образованы движением кривой линии, называют *нелинейчатыми*, или *кривыми*. Форма поверхности зависит от вида образующей и от закона ее перемещения.

Линия, по которой происходит перемещение образующей, — *направляющая*.

Поверхности классифицируются по следующим признакам.

1. По способу задания:

- аналитические;
- кинематические;
- скульптурные (поверхности произвольных форм).

2. По закону движения образующей:

- поступательные;
- вращательные;
- винтовые.

3. По виду образующей:

- с прямолинейной образующей — линейчатые поверхности;
- поверхности с криволинейной образующей — кривые поверхности.

4. По закону изменения формы образующей:

- с образующей постоянного вида;
- с образующей переменного вида.

5. По признаку развертывания:

- развертывающиеся поверхности, которые можно совместить с плоскостью без разрывов и складок, — поверхности всех многогранников, цилиндрические, конические, торсовые;
- неразвертывающиеся поверхности, которые нельзя совместить с плоскостью без разрывов и складок, — сферические, торовые поверхности.

Наибольшее распространение в технике получили многогранные и кривые поверхности.

Многогранные поверхности

При движении прямой образующей по ломаной направляющей образуются многогранные поверхности. Их можно также рассматривать как совокупность ряда пересекающихся плоскостей (граней). Линии пересечения граней называют *ребрами*. Если все боковые ребра многогранной поверхности параллельны, то поверхность называется *призматической*. Если боковые ребра пересекаются в одной точке, называемой *вершиной*, то поверхность называется *пирамидальной*.

Геометрическое тело, со всех сторон ограниченное плоскими многоугольниками, называется *многогранником*. Простейшими многогранниками являются пирамиды и призмы (рис. 55 и 56).

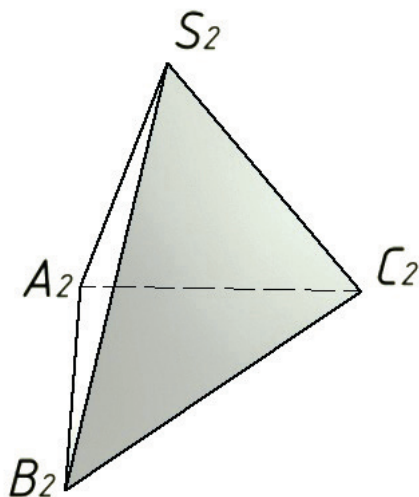


Рис. 55. Пирамида

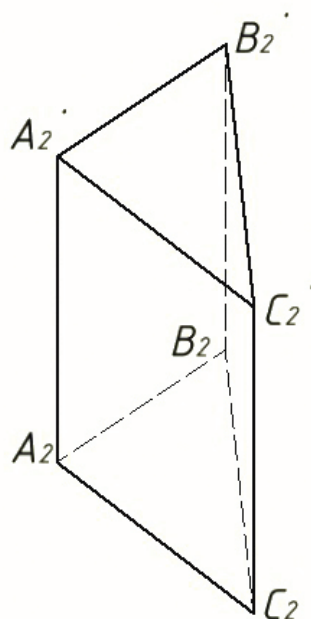


Рис. 56. Призма

Замкнутая ломаная $S_2A_2B_2C_2$ — *очерк* фронтальной проекции пирамиды (рис. 55). Очерк проекции всегда видим. Видимость проекций линий, расположенных внутри очерка, определяется при помощи конкурирующих точек. При определении видимости используются следующие правила:

- 1) если внутри очерка пересекаются две линии, то одна из них видимая, а другая невидимая;
- 2) если внутри очерка пересекаются в одной точке три линии, то все три будут видимы либо невидимы;
- 3) если последовательность букв или цифр при обходе какой-либо грани в одном направлении одинакова на обеих проекциях, то и видимость этой грани на обеих проекциях одинакова, в противном случае она разная.

Кривые поверхности

Кривые поверхности широко применяются в различных областях науки и техники при создании очертаний различных технических форм или как объекты инженерных исследований. Существует три способа задания кривых поверхностей:

- 1) аналитический — при помощи уравнений;
- 2) при помощи каркаса;
- 3) кинематический — перемещением линий в пространстве.

Составлением уравнений поверхностей занимается аналитическая геометрия. Она рассматривает кривую поверхность как множество точек, координаты которых удовлетворяют некоторому уравнению.

При каркасном способе задания кривая поверхность задается совокупностью линий, принадлежащих поверхности. В качестве линий, образующих каркас, как правило, берут семейство линий, получающихся при пересечении поверхности рядом параллельных плоскостей. Этот способ применяется при проектировании корпусов автомобилей, самолетов, судов.

Начертательная геометрия изучает кинематические способы образования и задания кривых поверхностей. При этом каждая кривая поверхность рассматривается как совокупность последовательных положений образующей линии l , перемещающейся в пространстве по определенному закону. Такой способ образования поверхности называется кинематическим, а сама поверхность — кинематической.

Закон перемещения образующей линии, как правило, задается при помощи направляющих линий и алгоритма перемещения образующей по направляющим. На чертеже кинематическая кривая поверхность задается при помощи ее определителя.

Определителем поверхности называют совокупность условий, необходимых и достаточных для задания поверхности в пространстве. На рис. 57 и 58 поверхности вращения заданы проекциями геометрической части своего определителя.

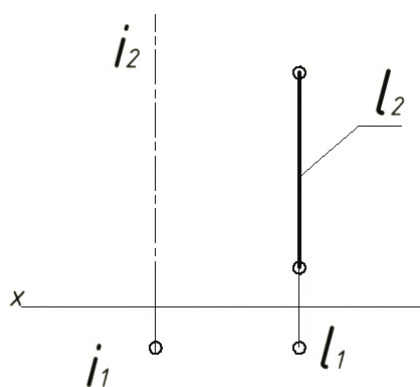


Рис. 57. Определитель поверхности цилиндра

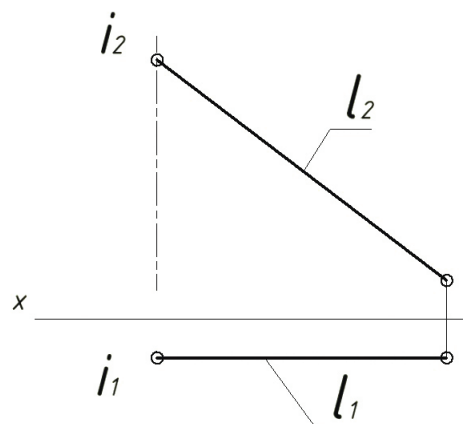


Рис. 58 Определитель поверхности конуса

Поверхность считается заданной на комплексном чертеже, если относительно любой точки пространства, заданной на чертеже, можно однозначно решить вопрос о принадлежности ее данной поверхности. Построение проекций любых точек и линий, принадлежащих поверхности, а также второй их проекции, если одна задана, выполняется на основании ее определителя. Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии этой поверхности.

Поверхности вращения

Цилиндрическая поверхность может быть образована вращением прямой образующей вокруг оси. Геометрическая часть определителя поверхности состоит из образующей l и оси i (см. рис. 57 и 59).

Цилиндр — геометрическое тело, ограниченное замкнутой цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими все образующие данной поверхности.

Взаимно параллельные плоские фигуры, ограниченные цилиндрической поверхностью, называются *основаниями цилиндра*.

Если нормальное сечение (плоскость сечения перпендикулярна образующим) имеет форму окружности, то цилиндрическая поверхность называется *круговой*.

Если образующие цилиндрической поверхности перпендикулярны к основаниям, то цилиндр называется *прямым*, в противном случае — *наклонным*.

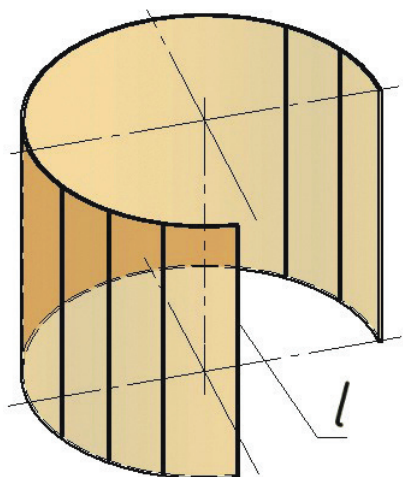


Рис. 59. Цилиндрическая поверхность

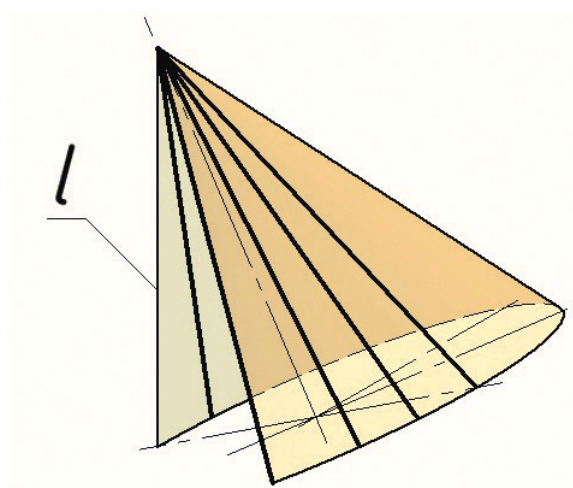


Рис. 60. Коническая поверхность

Коническая поверхность вращения может быть образована вращением прямой образующей (l), пересекающей ось вращения под некоторым углом (см. рис. 58 и 60).

Тело, ограниченное замкнутой конической поверхностью вершиной и плоскостью, называется *конусом*.

Плоская фигура, ограниченная конической поверхностью, называется *основанием конуса*.

Часть конической поверхности, ограниченная вершиной и основанием, называется *боковой поверхностью конуса*.

Если основание конуса является кругом, то конус называется *круговым*.

Если вершина конуса расположена на перпендикуляре к основанию, восставленному из его центра, то конус называется *прямым круговым*.

Сферической поверхностью называется поверхность, образованная множеством точек пространства, находящихся на расстоянии радиуса R от центра (рис. 61). Также можно утверждать, что сферическая поверхность — поверхность, образованная вращением окружности вокруг отрезка, являющегося ее диаметром.

Для придания чертежу поверхности большей наглядности и выразительности прибегают к построению очерков ее проекций — рис. 62.

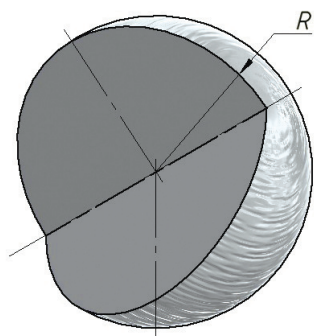


Рис. 61. Иллюстрация сферы с вырезом

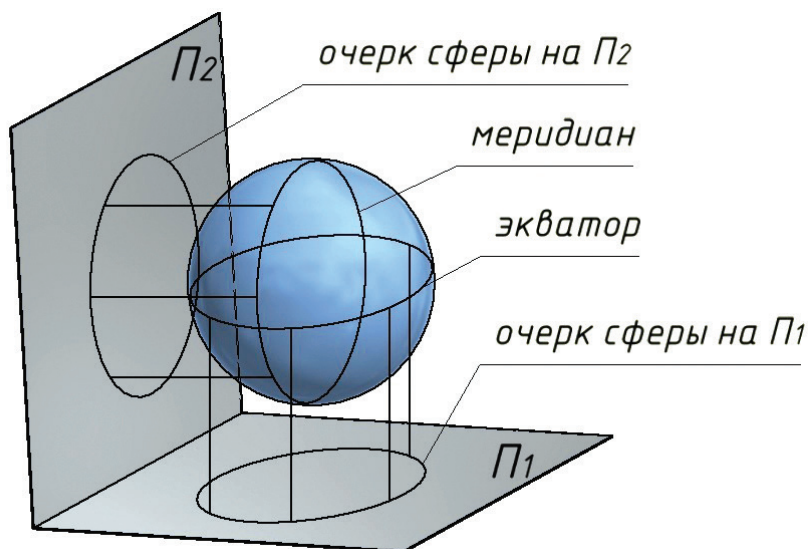


Рис. 62. Иллюстрация проецирования сферы на Π_1 и Π_2

При проецировании поверхности на какую-либо плоскость проекций часть проецирующих лучей касается ее, образуя проецирующую поверхность. Точки касания при этом образуют линию видимого контура поверхности относительно этой плоскости проекций. Очерк проекции поверхности является проекцией соответствующей линии видимого контура. Линия видимого контура поверхности разделяет ее на две части: видимую, обращенную к наблюдателю, и невидимую.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТОЧЕК НА ПОВЕРХНОСТИ

Проекции точек на поверхностях призмы и цилиндра

Поверхность считается заданной на чертеже, если можно построить любую точку, ей принадлежащую. Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо линии, принадлежащей этой поверхности.

На рис. 63 представлен комплексный чертеж по определению точек на поверхности прямой призмы. Боковая поверхность является проецирующей, и все точки проецируются на очерк основания. Видно, что точки на гранях проецируются на очерк основания (точка K). Если точки P и E заданы на очерке основания, то для нахождения их положения на боковой грани необходимо задать координаты точек по оси Z . Аналогичным образом определяются точки поверхности цилиндра.

Цилиндр — проецирующая поверхность. Все точки, принадлежащие его боковой поверхности, проецируются на очерк основания — окружность (рис. 64).

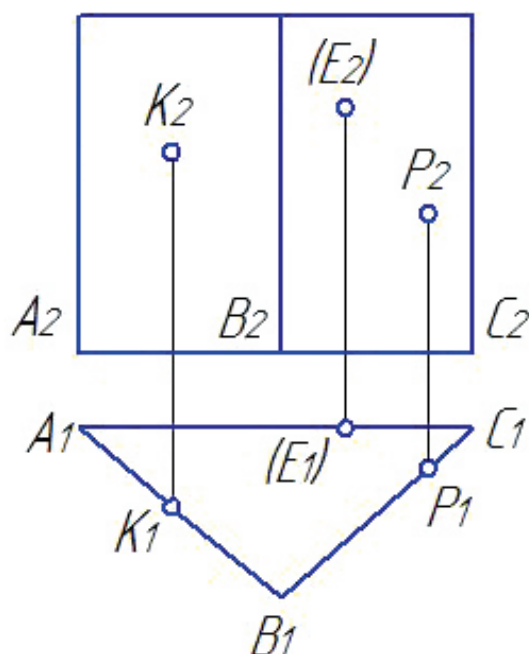


Рис. 63. Призма

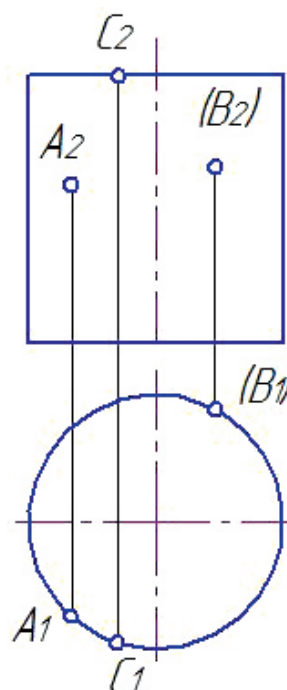


Рис. 64. Цилиндр

Проекции точек на поверхности конуса

Конус не является проецирующей поверхностью, поэтому определение проекций точек на его поверхности возможно только с использованием дополнительных построений (рис. 65):

1) проведения образующей через вершину конуса и искомую точку ($S_2 l_2$), затем нахождения второй проекции образующей ($S_1 l_1$). Искомая точка A принадлежит построенной образующей, следовательно, ее проекции будут принадлежать проекциям образующей;

2) построения вспомогательной горизонтальной секущей плоскости (след плоскости $\alpha_{п2}$), проходящей через фронтальную проекцию искомой точки (B_2). Данная секущая плоскость пересекает конус по окружности радиуса R . На построенной окружности будет находиться горизонтальная проекция точки B (B_1).

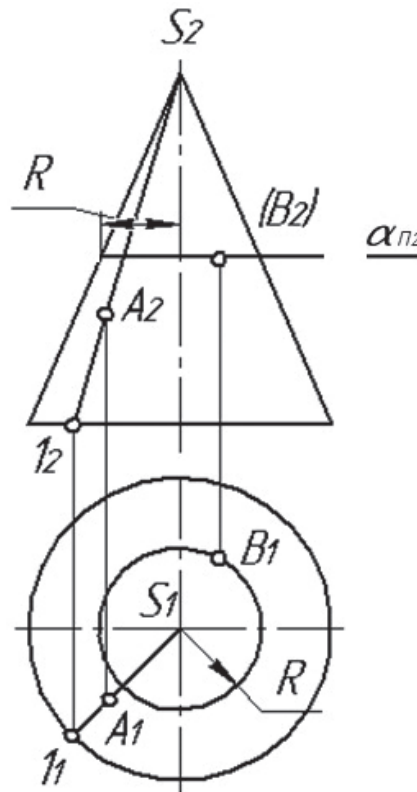


Рис. 65. Точки поверхности конуса

Проекции точек на поверхности сферы

Допустим, точка A принадлежит поверхности сферы, задана A_2 (рис. 66). Для определения положения A_1 нужно выполнить следующие построения:

1) через заданную точку A_2 провести горизонтальную плоскость α ($\alpha_{п2}$ — след плоскости);

2) определить радиус круга полученного сечения $R1$, который проецируется на Π_1 в натуральную величину;

3) на Π_1 с помощью полученного радиуса $R1$ построить окружность в точке проекции сферы;

4) провести линию связи из точки A_2 до построенной окружности на Π_1 — в результате будут получены две точки пересечения;

5) так как точка A_2 расположена на видимой стороне сферы, выше экватора, точка A_1 на Π_1 — нижняя точка из двух.

Точка B определяется аналогично описанному выше.

При построении точек учитывается их видимость. Проекции точек, указанные в скобках, невидимы. На рис. 66 это точки (B_1) и (B_2) .

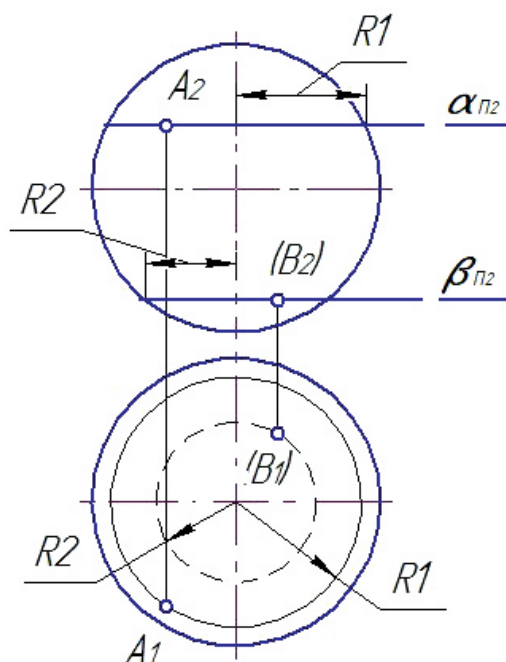


Рис. 66. Точки поверхности сферы

СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ

При пересечении поверхности плоскостью получается линия, все точки которой принадлежат как поверхности, так и секущей плоскости. Линия, ограничивающая полученную плоскую фигуру, называется *линией сечения*.

Если секущая плоскость перпендикулярна плоскости проекций, то одна из проекций фигуры сечения — прямая линия, совпадающая со следом плоскости. Если секущая плоскость параллельна плоскости проекций, то фигура сечения на плоскость проекций проецируется в натуральную величину.

Варианты линий пересечения:

- 1) ломаная — при пересечении плоскости и гранной поверхности;
- 2) плоская кривая — при пересечении плоскости с поверхностью вращения.

Алгоритм построения сечения поверхности плоскостью следующий.

1. Определить исходные геометрические объекты: поверхность и секущую плоскость.
2. Найти характерные точки:
 - точки, расположенные на крайних образующих;
 - точки, определяющие вершины кривых (эллипс — большую и малую ось; гипербола, парабола — вершины);
 - точки, определяющие видимость.
3. Через выбранные точки провести вспомогательные секущие плоскости параллельно плоскостям проекций (в сечении окружность или прямоугольник).
4. Определить точки пересечения плоскости и построенного сечения.
5. Построить линию сечения.
6. Определить видимость линии сечения.

Рассмотрим пример сечения сферы фронтально-проецирующей плоскостью α (рис. 67). След плоскости — α_{Π_2} . Линия сечения сферы — окружность, которая на Π_1 проецируется в виде эллипса. Секущая плоскость перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, совпадает со следом плоскости.

Характерные точки на следе плоскости, принадлежащие линии сечения, следующие:

- 1_2 и 2_2 — точки на крайних образующих;
- 4_2 и $4_2'$ — точки, определяющие центр окружности линии сечения;
- 3_2 и $3_2'$ — точки, определяющие видимость линии сечения на горизонтальной плоскости проекций.

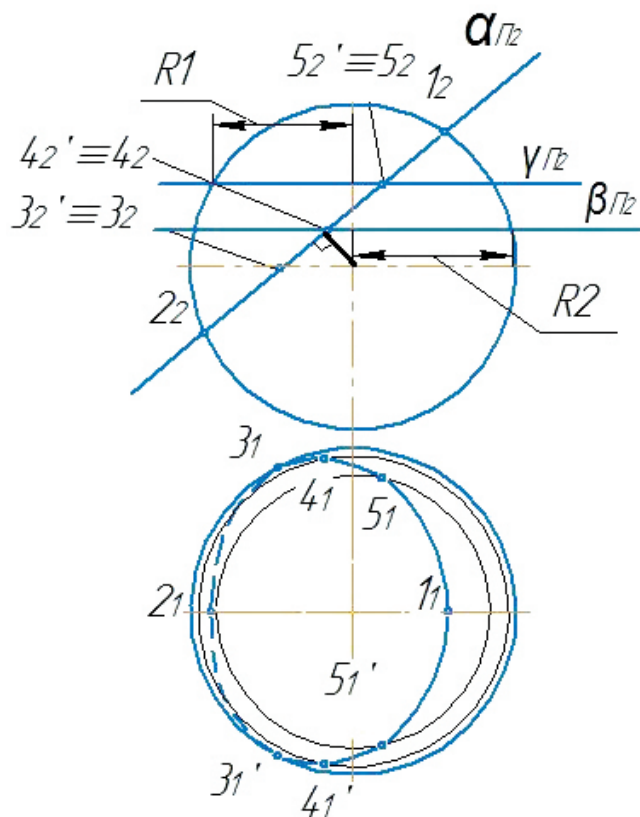


Рис. 67. Пример сечения сферы плоскостью α

Через выбранные точки проводятся вспомогательные горизонтальные секущие плоскости γ и β (следы плоскостей γ_{Π_2} и β_{Π_2}). В сечении сферы данными плоскостями получаются окружности радиусов R_1 и R_2 соответственно. На горизонтальной проекции построенных окружностей находятся искомые точки, принадлежащие линии сечения (точки 5_1 и $5_1'$; 4_1 и $4_1'$). Проекции крайних точек 1_1 и 2_1 строятся на оси. Точки, определяющие видимость линии сечения 3_1 и $3_1'$, находят на горизонтальной проекции очерка сферы.

Полученные точки соединяют последовательно плавной кривой. На горизонтальной проекции полученная линия сечения имеет форму эллипса. Одна часть этой линии — $3_1 4_1 5_1 1' 4'_1 3'_1$ — видимая, а другая — $3_1 2_1 3'_1$ — невидимая.

Определение натуральной величины сечения

На рис. 68 показан процесс определения натуральной величины сечения при-
змы фронтально-проецирующей плоскостью β . При этом используется способ
плоскопараллельного перемещения.

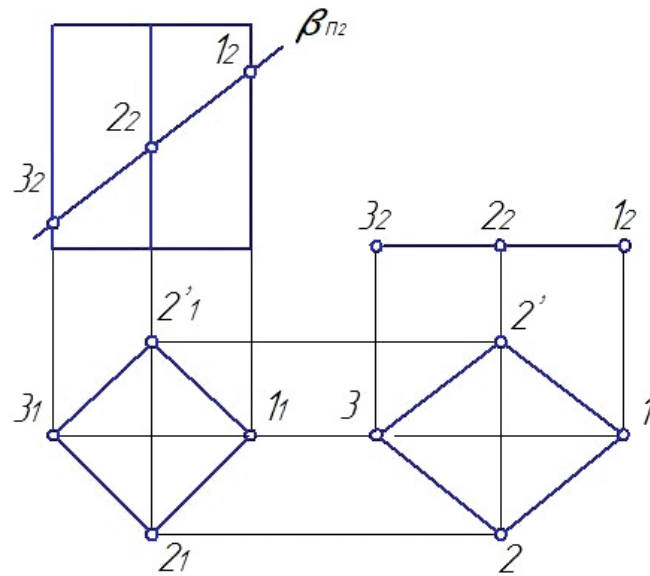


Рис. 68. Пример построения натуральной величины сечения призмы плоскостью β

Пример построения сечения поверхности плоскостью и определения его натуральной величины

Построить две проекции комбинированной поверхности и след фронтально-проецирующей плоскости $\alpha_{П2}$ (рис. 69).

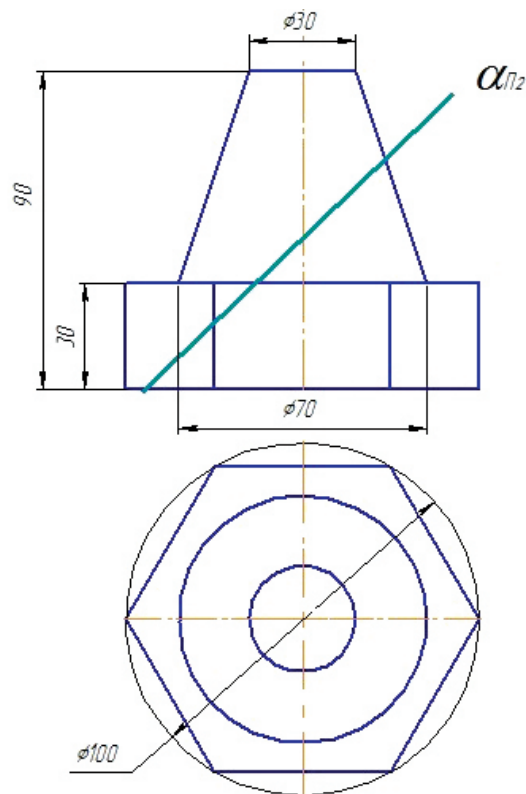


Рис. 69. Пример задания для построения сечения комбинированной поверхности плоскостью

Последовательность построений следующая.

1. Определить вид линии сечения каждой поверхности заданной проецирующей плоскостью α . При сечении плоскостью α усеченного конуса линия сечения — усеченный эллипс, при сечении шестигранной призмы — шестиугольник.

2. Для построения линии пересечения комбинированной поверхности проецирующей плоскостью α выполнить последовательно действия: указать на фронтальной проекции характерные точки на следе секущей плоскости α — 1_2-6_2 , где 1_2 и 6_2 — крайние точки линии сечения; 2_2 — на ребре шестигранника; 3_2 — на верхнем основании шестигранника и нижнем основании усеченного конуса; 4_2 и 5_2 — на боковой поверхности усеченного конуса (рис. 70).

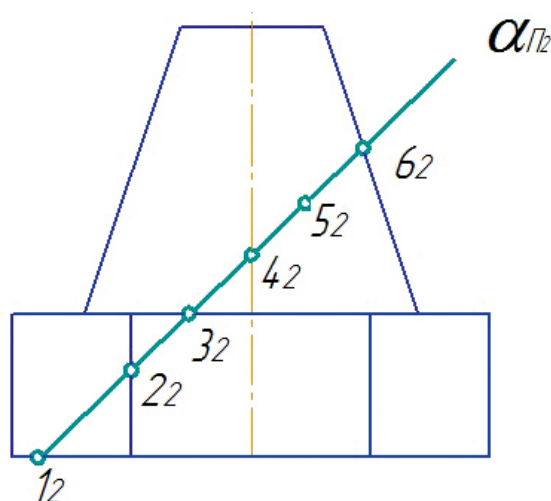


Рис. 70. Иллюстрация выбора характерных точек на следе секущей плоскости $\alpha_{п2}$

3. По линиям связи найти горизонтальные проекции точек 1_2-6_2 . Точки 1_1 и $1'_1$ находятся на проекции нижнего основания шестигранной призмы; 2_1 и $2'_1$ — на проекциях ребер призмы; 3_1 и $3'_1$ — на проекции верхнего основания призмы; $3''_1$ и $3'''_1$ — на проекции нижнего основания конуса; 6_2 — на проекции правой образующей конуса (рис. 71).

4. Для определения положения горизонтальных проекций промежуточных точек 4 и 5 необходимо воспользоваться методом секущих плоскостей. Через точки 4_2 и 5_2 проводятся фронтальные плоскости β и γ (следы плоскостей $\beta_{п2}$ и $\gamma_{п2}$), которые пересекают усеченный конус по окружностям радиусов $R1$ и $R2$ соответственно (рис. 72). После построения окружностей радиусов $R1$ и $R2$ на горизонтальной проекции можно определить точки 4_1 и $4'_1$, точки 5_1 и $5'_1$.

5. Определить видимость линии сечения. Отрезок прямой $1_1-1'_1$ невидимый. Последовательно соединить точки, построенные на горизонтальной плоскости проекций (рис. 73).

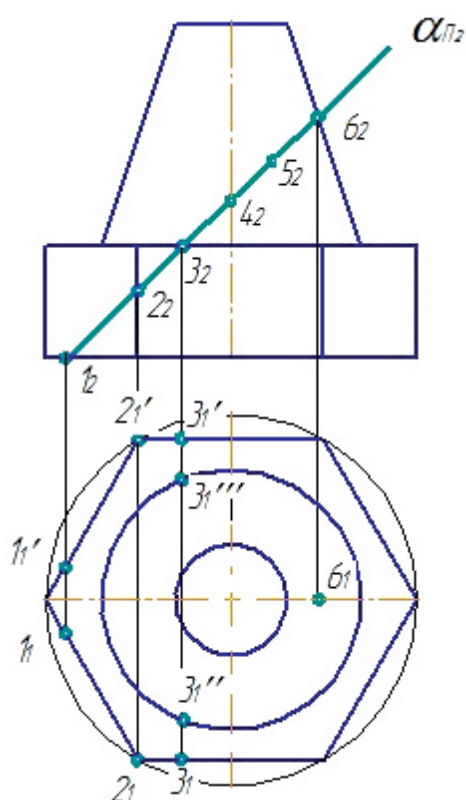


Рис. 71. Определение горизонтальных проекций точек 3 и 6 с помощью линий связи

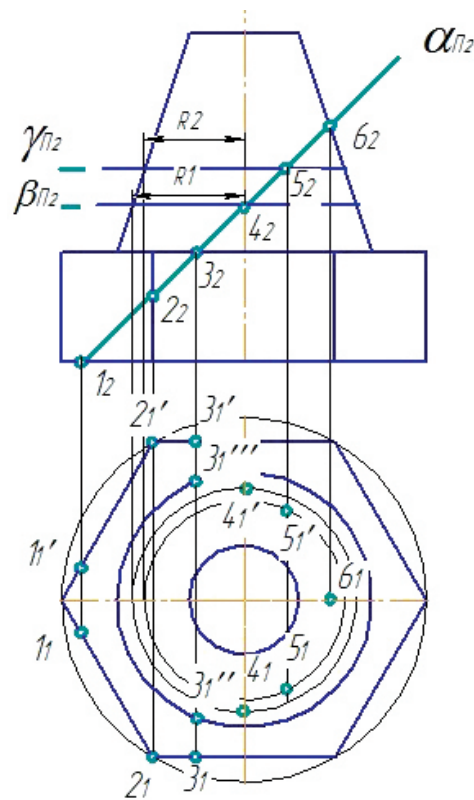


Рис. 72. Определение горизонтальных проекций точек 4 и 5 с помощью вспомогательных плоскостей γ и β

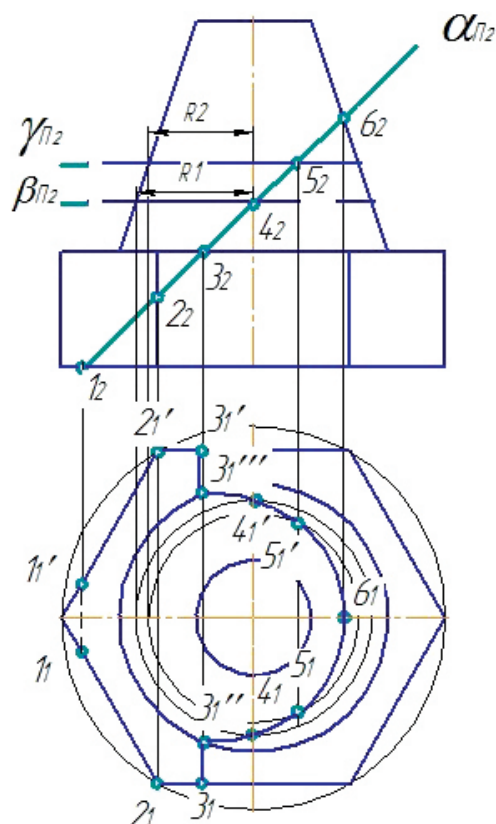


Рис. 73. Соединение точек на Π_1 с учетом видимости линий

6. Для построения натуральной величины сечения следует повернуть фронтально-проецирующую плоскость α до положения, параллельного горизонтальной плоскости проекций, — рис. 74. Поместить проекцию следа плоскости в правой части эюра. В результате построений получается контур натуральной величины сечения заданной комбинированной поверхности фронтально-проецирующей плоскостью α .

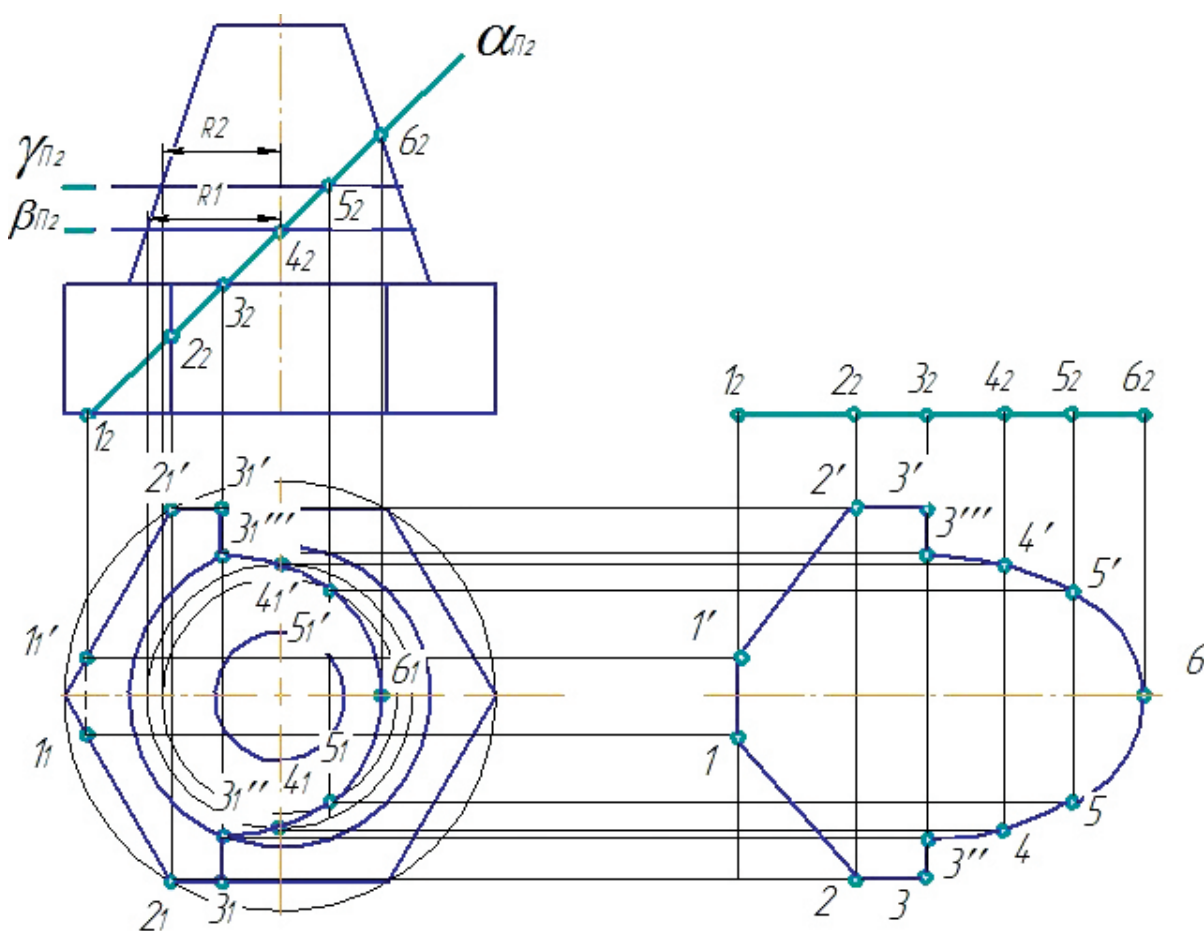


Рис. 74. Иллюстрация определения натуральной величины сечения

Построение проекций тела с вырезами

Секущие плоскости и поверхности вращения могут создавать вырез — рис. 75. Задача построения проекций выреза сводится к определению сечений и (или) пересечений поверхностей между собой.

Рассмотрим пример построения проекций тела с вырезами. Исходное тело — цилиндр. Вырезы выполнены цилиндрической и многогранной поверхностями — рис. 76.

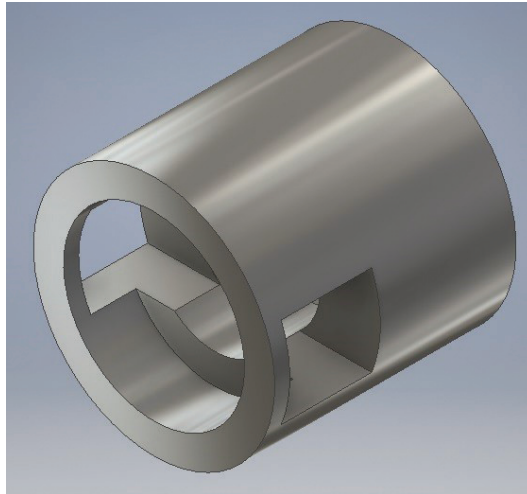


Рис. 75. Тело с вырезами

Последовательность выполнения работы такова.

1. Построить три проекции исходной поверхности, взятой в соответствии с индивидуальным заданием (размеры допускается не указывать), — рис. 76.
2. На фронтальную проекцию перенести контуры поверхностей, составляющих вырезы (проекции).
3. Построить проекции линий пересечения поверхностей вырезов с исходной поверхностью. При построении указать характерные точки на трех проекциях.
4. Построить сечение, заданное секущей плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки тела.
5. Определить видимость — рис. 77.

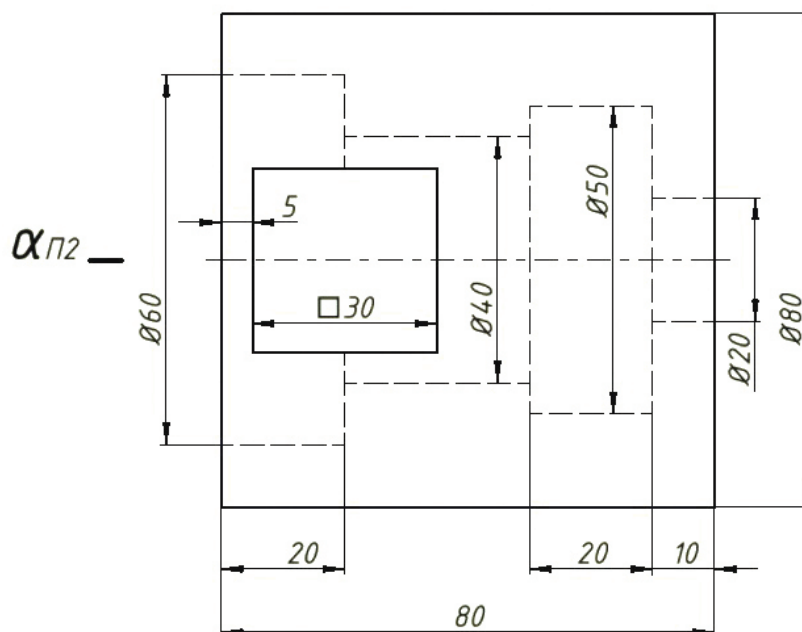


Рис. 76. Пример задания изображения тела с вырезами

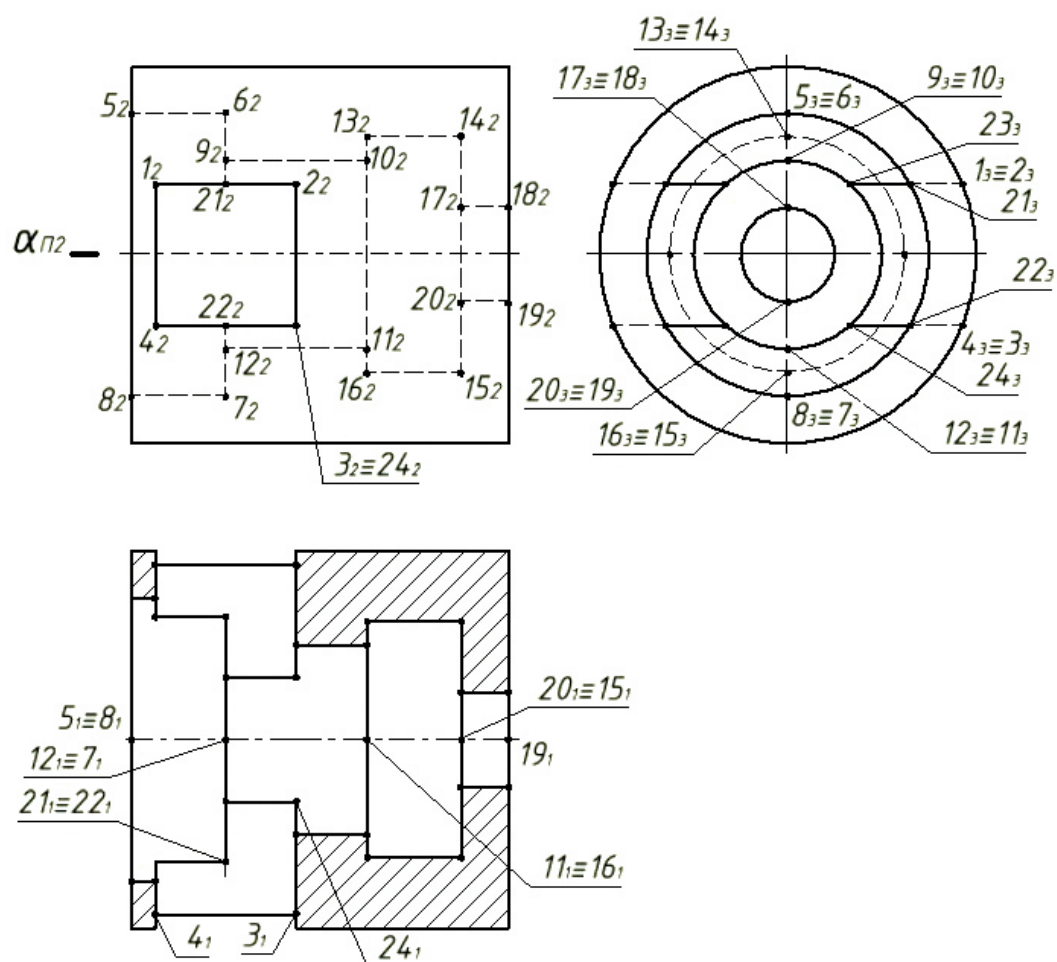


Рис. 77. Пример выполнения задания изображения тела с вырезами

ПОВЕРХНОСТИ

Пересечение поверхности прямой линией

При пересечении поверхности (пирамиды) прямой линией (MN) получаются две точки (P и K), которые принадлежат одновременно обоим геометрическим объектам — прямой и поверхности (рис. 78). Для нахождения этих точек используется вспомогательная плоскость (след α_{Π_2}), которая включает исходную прямую ($MN \in \alpha$) и пересекает поверхность.

Таким образом, искомые точки P и K получаются на пересечении исходной прямой и сечения. Правила построения сечения рассмотрены в разделе «Сечение поверхности плоскостью».

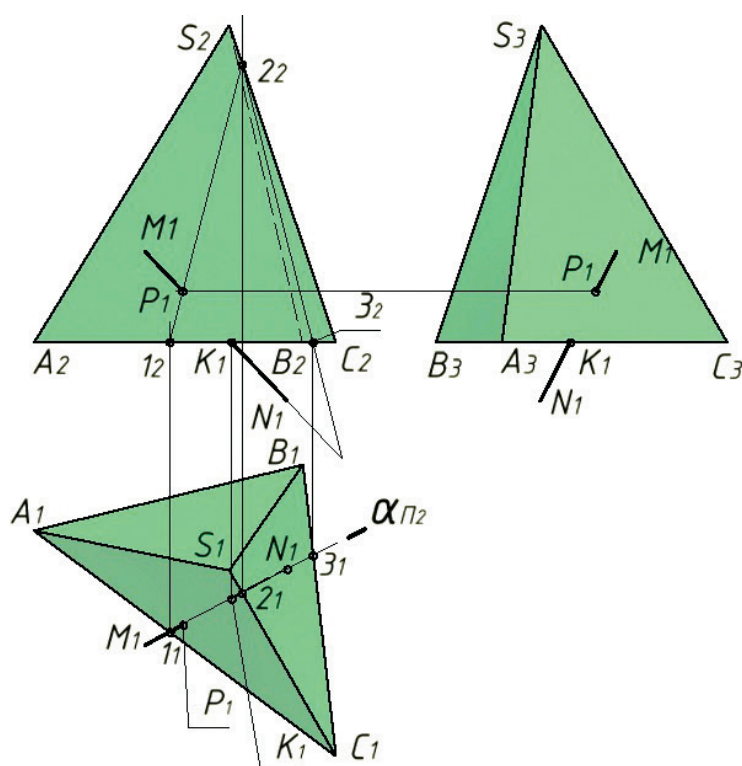


Рис. 78. Иллюстрация построения точек пересечения прямой MN с пирамидой

Алгоритм построения точек пересечения поверхности прямой линией следующий.

1. Ввести вспомогательную секущую плоскость, которая должна удовлетворять требованиям:

- исходная прямая принадлежит вспомогательной плоскости;

- сечение исходной поверхности вспомогательной плоскостью — простая геометрическая фигура (круг, прямоугольник, треугольник, квадрат).
- 2. Построить проекции сечения исходной поверхности вспомогательной плоскостью.
- 3. Определить общие точки исходной прямой и построенного сечения — это искомые точки.
- 4. Определить видимость участков прямой. Проекции прямой внутри поверхности всегда невидимы. Участки прямой за пределами поверхности определяются с помощью конкурирующих точек.

Метод вспомогательных секущих плоскостей

При пересечении поверхностей получается линия, все точки которой принадлежат обеим пересекающимся поверхностям, — линия пересечения. Метод вспомогательных секущих плоскостей используется для построения этой линии пересечения.

Характер линии зависит от вида поверхностей:

- 1) пересечение многогранников дает ломаную линию;
- 2) пересечение многогранника и кривой поверхности дает сочетание плоских кривых линий (параболу, гиперболу, эллипс и т. д.);
- 3) пересечение двух кривых поверхностей дает пространственную кривую линию.

Алгоритм построения линий пересечения поверхностей следующий.

1. Проанализировать пересекающиеся поверхности. Определить наличие проецирующей поверхности. В этом случае на одной из плоскостей проекций уже имеется одна проекция линии пересечения.
2. Найти характерные точки.
3. Провести вспомогательную секущую плоскость, которая выбирается из условия получения в сечении простых геометрических фигур: окружностей, треугольников, прямоугольников.
4. Построить две линии пересечения обеих поверхностей вспомогательной секущей плоскостью.
5. Определить точки пересечения двух построенных линий.
6. Повторить пункты 3, 4, 5 n раз.
7. Соединить полученные точки пересечения линией.
8. Определить видимость линий пересечения и линий заданных поверхностей.

Пример построения линии пересечения конуса и цилиндра методом вспомогательных секущих плоскостей

1. Анализ заданных поверхностей (рис. 79) показал следующее:
 - обе поверхности являются поверхностями вращения;
 - поверхность цилиндр является проецирующей по отношению к фронтальной плоскости проекций;

- линия пересечения заданных поверхностей — пространственная кривая.

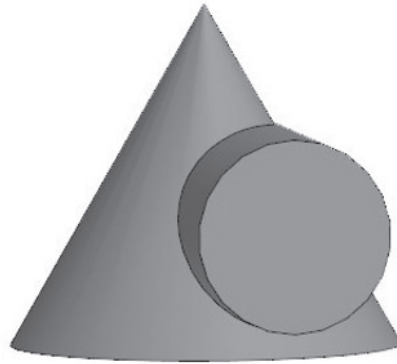


Рис. 79. Пересекающиеся поверхности — конус и цилиндр

2. Следует определить характерные точки на пересечении очерков образующих 1_2 и 2_2 (рис. 80). Горизонтальные проекции данных точек лежат на осевой линии.

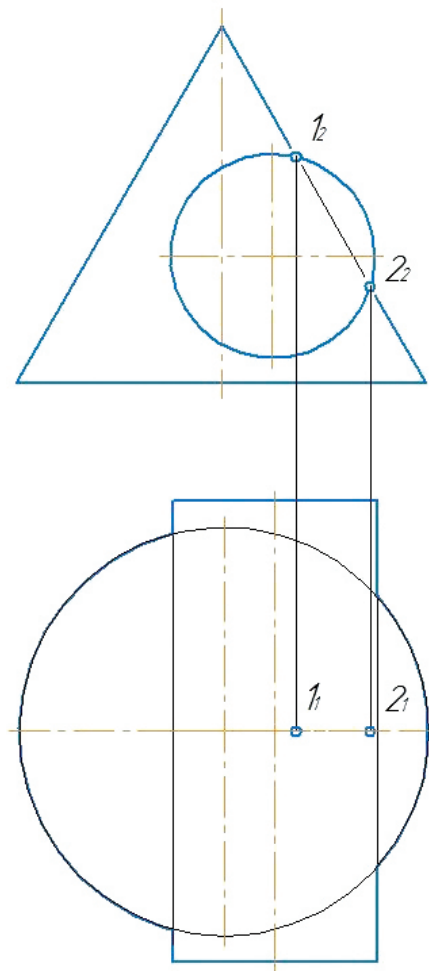


Рис. 80. Точки пересечения очерков — характерные точки 1 и 2

3. Провести вспомогательную горизонтальную секущую плоскость $\alpha 1$, которая выбирается из условия получения в сечении простых геометрических фигур (рис. 81): окружности — радиуса $R_{\text{кон}}$ (для конуса) и прямоугольника (для цилиндра). Построить две линии пересечения обеих поверхностей вспомогательной секущей плоскостью. Определить точки пересечения двух построенных линий 3_1 и $3_1'$ (рис. 82).

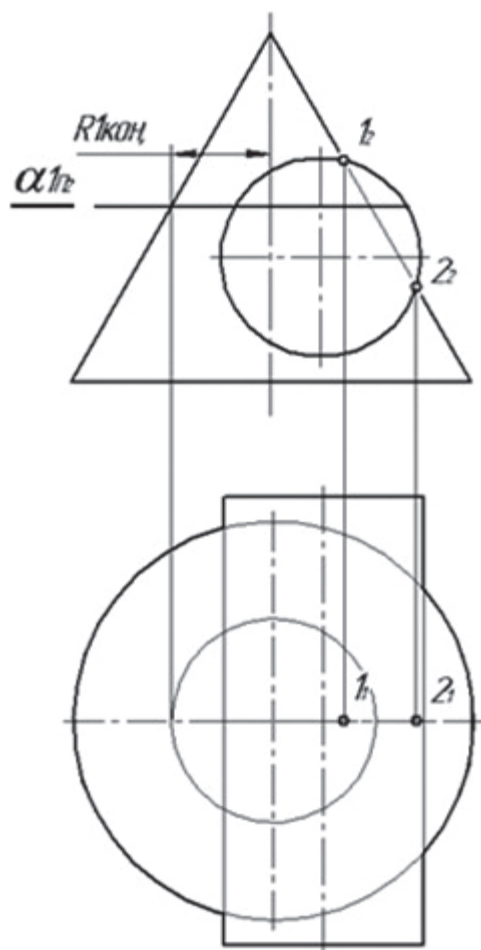


Рис. 81. Проведение вспомогательной плоскости $\alpha 1$

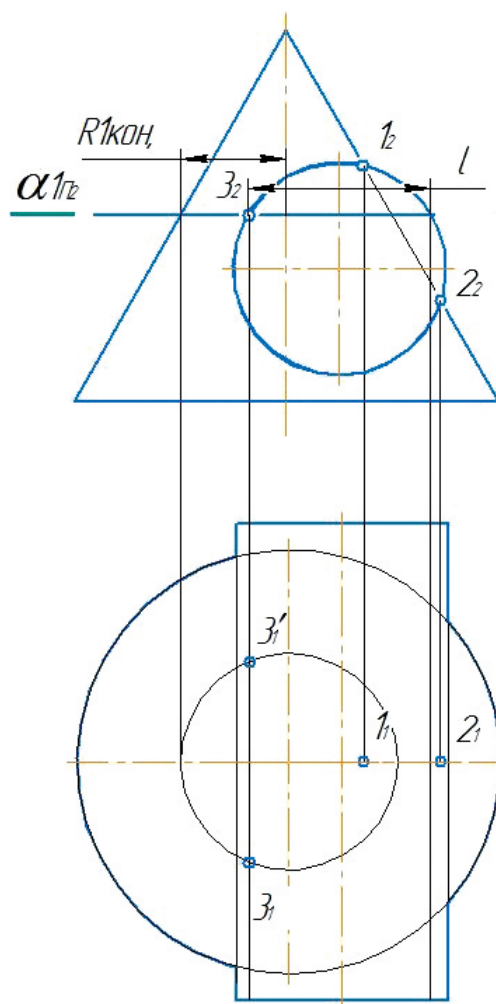


Рис. 82. Определение проекций точки 3 , принадлежащей поверхностям конуса, цилиндра и плоскости $\alpha 1$

4. Аналогичным образом выполнить вспомогательные горизонтальные секущие плоскости $\alpha 2$ (рис. 83), $\alpha 3$ (рис. 84), $\alpha 4$ (рис. 85) и найти искомые точки. Следует отметить, что плоскость $\alpha 2$ должна проходить через горизонтальную ось окружности основания цилиндра. Промежуточные точки 5 и 6 позволят определить линию пересечения с большей точностью.

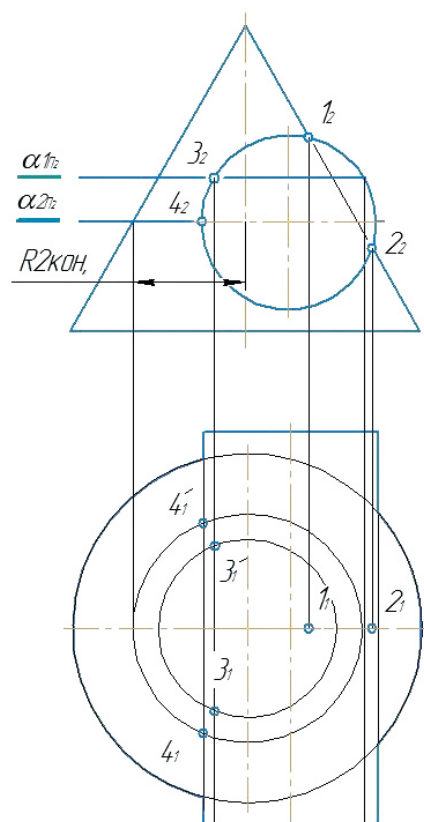


Рис. 83. Определение проекций точки 4, принадлежащей поверхностям конуса, цилиндра и плоскости α_2

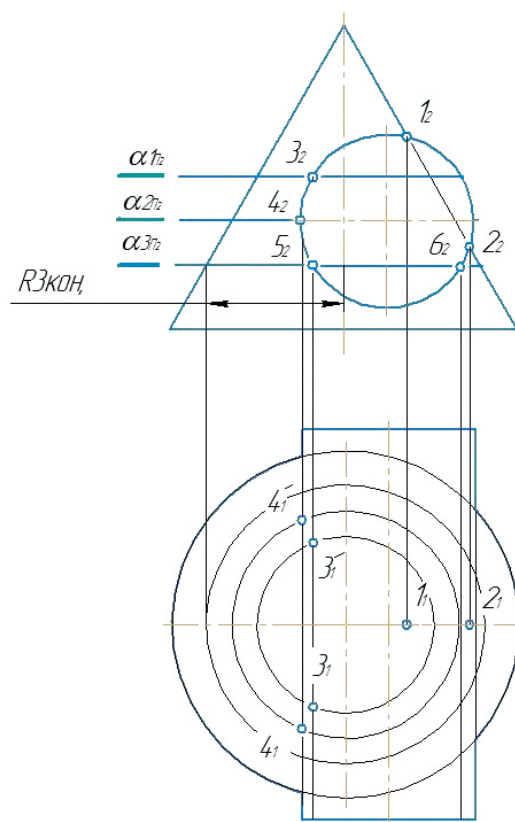


Рис. 84. Определение проекций точек 5 и 6 (на Π_1 не обозначены)

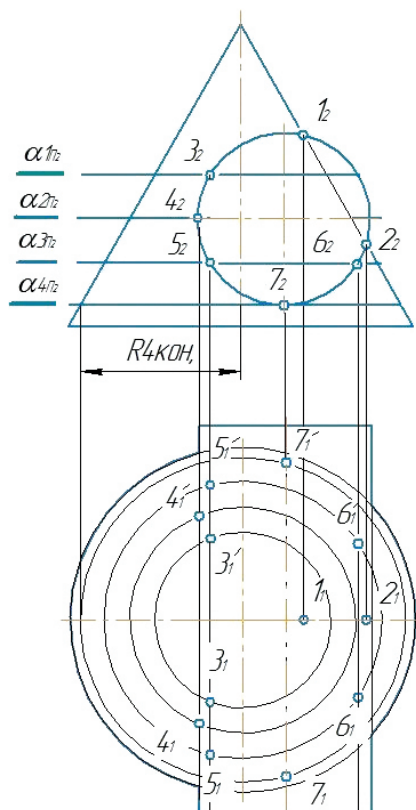


Рис. 85. Определение проекции точки 7

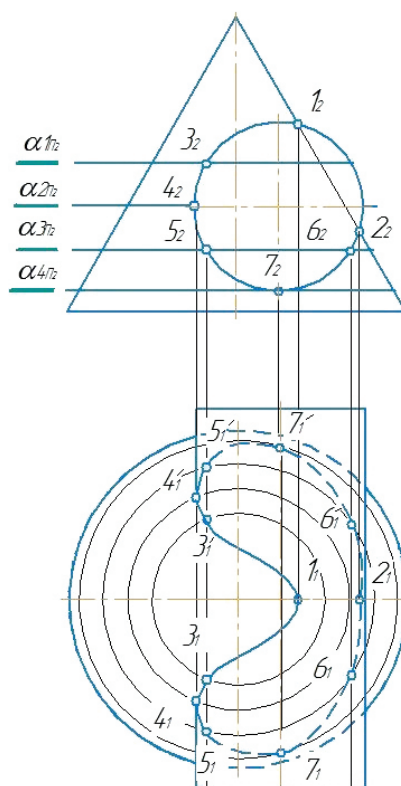


Рис. 86. Соединение точек с учетом типов линий

5. Определить видимость линий пересечения и заданных поверхностей (рис. 86) и соединить полученные точки пересечения плавной кривой линией, учитывая типы линий.

Пример построения проекций линий пересечения трех поверхностей методом секущих плоскостей

Построить три проекции комбинированной поверхности (рис. 87).

1. Линия пересечения усеченного конуса и трехгранной призмы представляет собой сочетание плоских кривых. Призма занимает проецирующее положение по отношению к фронтальной плоскости проекций, линия пересечения на ней уже определена. Ее проекция на Π_2 — треугольник (рис. 88).

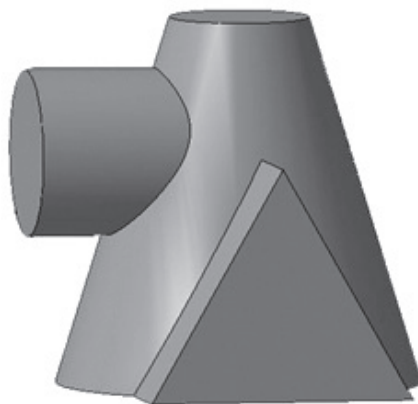


Рис. 87. Комбинированная поверхность

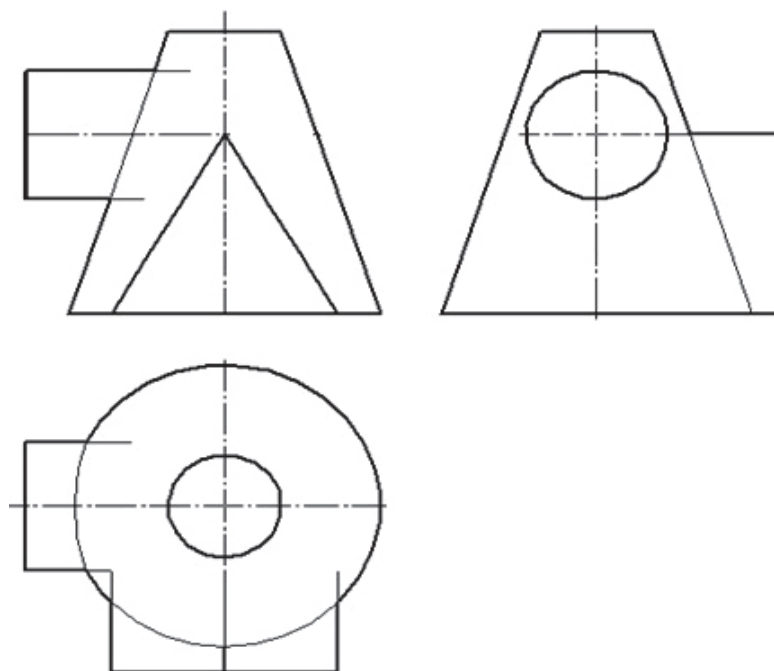


Рис. 88. Чертеж комбинированной поверхности

- Построить характерные точки линии пересечения: 1 и $1'$ — крайние нижние, 4 — верхняя точка (рис. 89). Точки 1 и $1'$ одновременно принадлежат нижнему основанию усеченного конуса и ребрам призмы.
- Для определения точки 4_1 ввести вспомогательную горизонтальную плоскость уровня γ (след плоскости γ_{Π_2}). Она пересекает усеченный конус по окружности радиуса $R1$. Проекция 4_1 находится на пересечении построенной окружности и проекции верхнего ребра призмы, совпадающего с осью усеченного конуса.

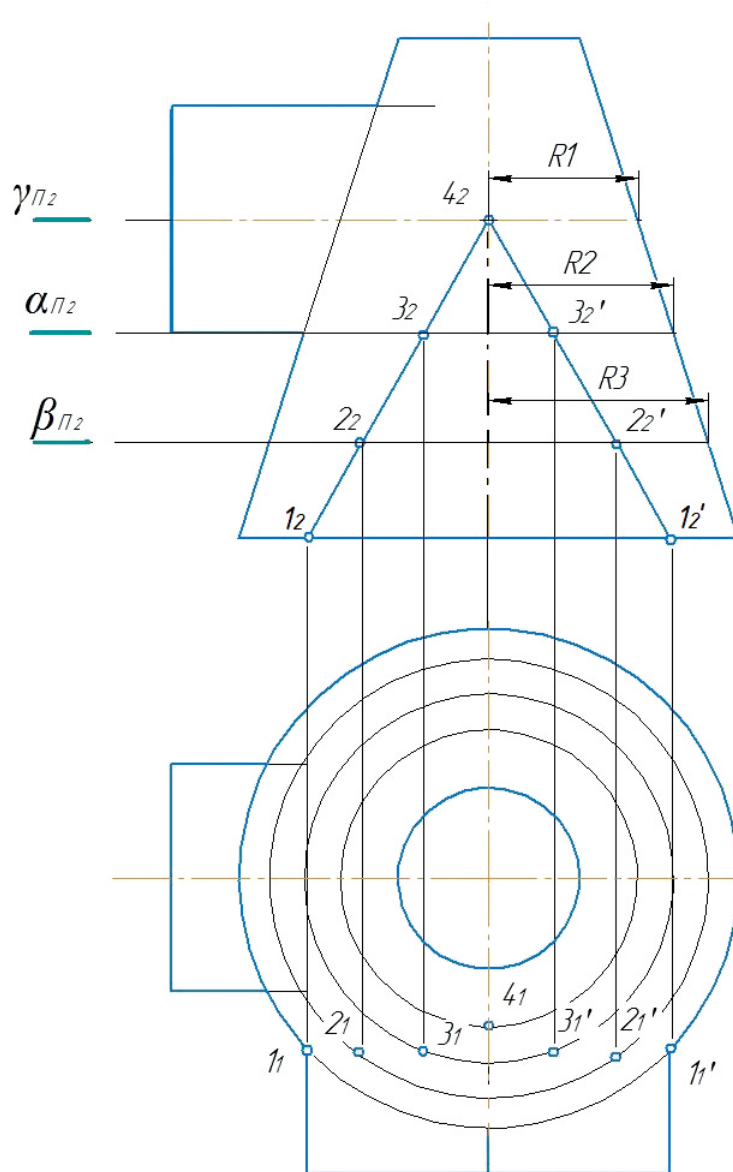


Рис. 89. Построение точек пересечения конуса и призмы на Π_1

- Промежуточные точки линии пересечения 2 и 3 построить с помощью вспомогательных горизонтальных плоскостей α и β (следы α_{Π_2} и β_{Π_2}). Они пересекают усеченный конус по окружностям радиусов $R2$ и $R3$, трехгранную призму по прямоугольникам шириной $3_2-3_2'$ и $2_2-2_2'$.

- На пересечении горизонтальных проекций, соответствующих каждой секущей плоскости окружностей и прямоугольников, находятся точки, принадлежащие линии пересечения призмы и усеченного конуса $2_1, 2'_1, 3_1, 3'_1$.
- Последовательно соединить точки $1_1-2_1-3_1-4_1-3'_1-2'_1-1'_1$, что даст возможность получения видимой части горизонтальной проекции линии пересечения. По двум проекциям (фронтальной и горизонтальной) построить профильную проекцию линии пересечения усеченного конуса и трехгранной призмы (рис. 90).

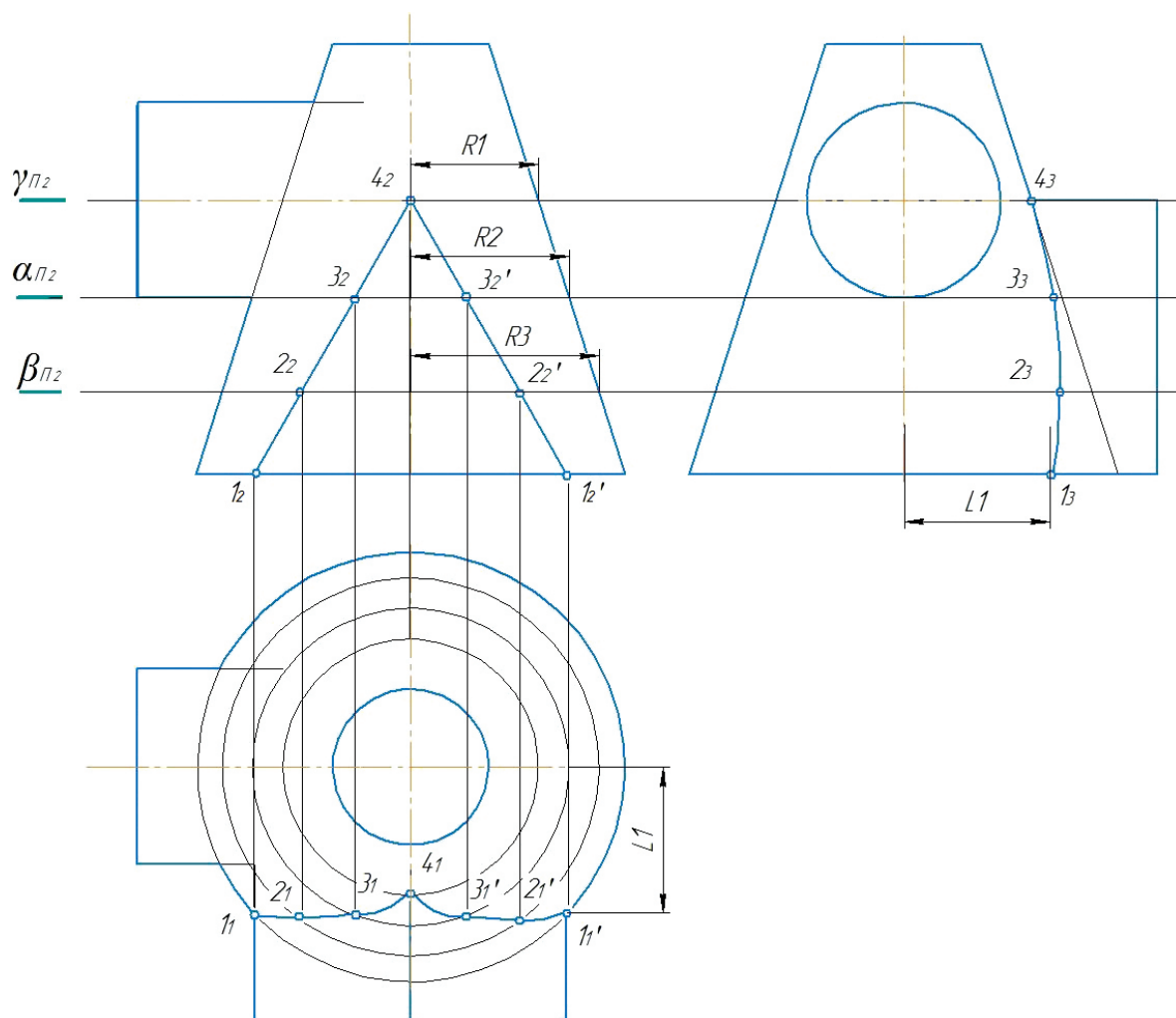


Рис. 90. Построение точек пересечения конуса и призмы на Π_3

3. Построенная линия пересечения усеченного конуса и цилиндра — пространственная кривая.

Цилиндрическая поверхность занимает проецирующее положение относительно Π_3 , поэтому проекция линии пересечения поверхностей на Π_3 определяется без дополнительных построений — это окружность $\varnothing 50$ мм. Фронтальные проекции точек 5 и 9 (5_2 и 9_2) линии пересечения расположены на пересечении образующих цилиндра и левой образующей усеченного конуса (рис. 91). Их горизонтальные проекции располагаются на оси окружности основания конуса (5_1 и 9_1).

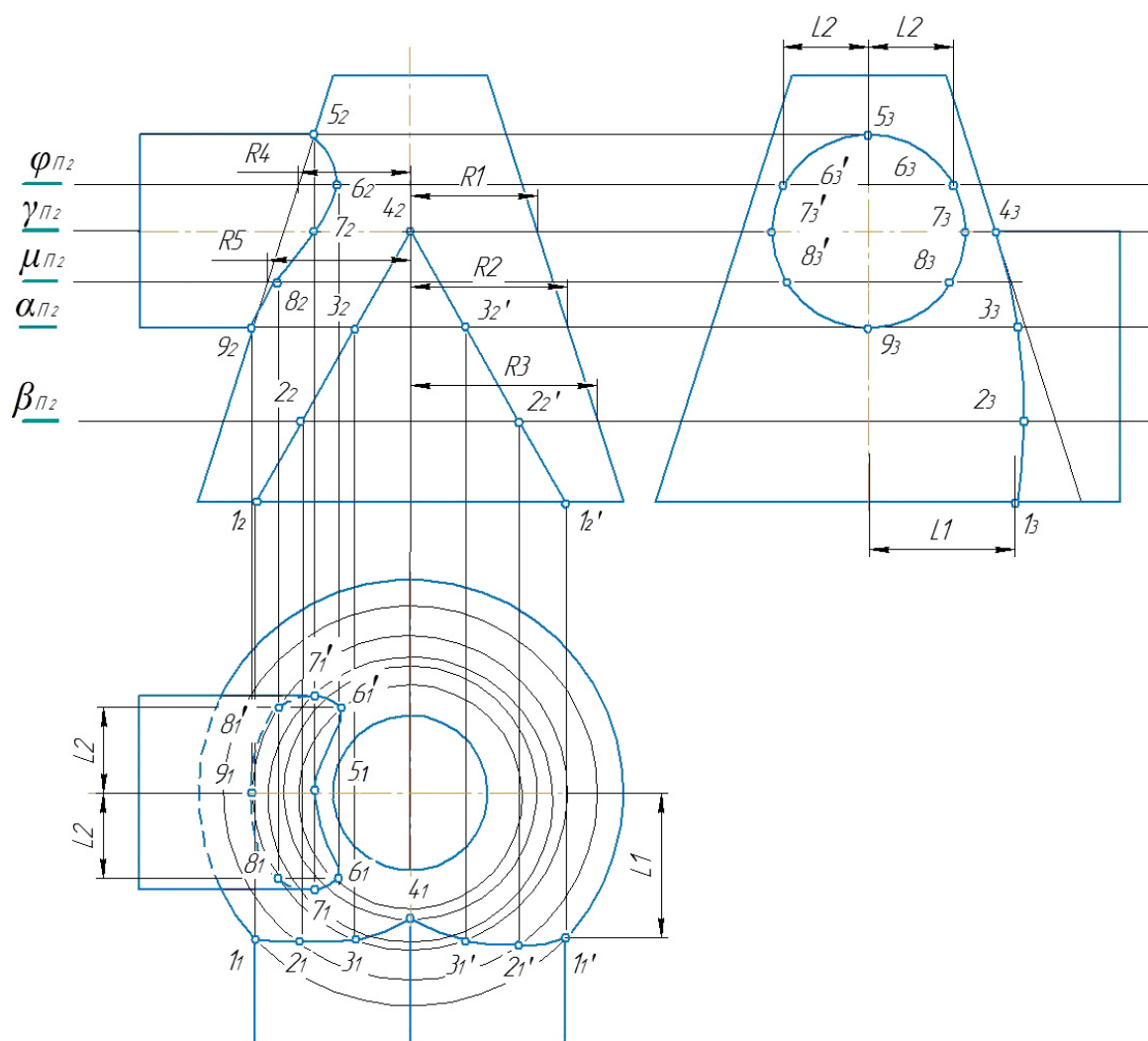


Рис. 91. Построение точек пересечения конуса и цилиндра.
Соединение полученных точек с учетом типов линий

- Для построения горизонтальной проекции линии пересечения поверхностей выбрать горизонтальные вспомогательные секущие плоскости φ , γ , μ (следы φ_{π_2} , γ_{π_2} , μ_{π_2}), каждая из которых пересекает усеченный конус по окружностям радиусов R_4 , R_1 , R_5 , цилиндр по прямоугольникам шириной $6_3-6_3'$, $7_3-7_3'$, $8_3-8_3'$ соответственно.
- По двум проекциям линии пересечения (горизонтальной и профильной) построить третью (фронтальную). Точки 7 и 7' принадлежат ближайшей и дальней образующей цилиндра и определяют видимость линии пересечения на горизонтальной плоскости проекций.

Частные случаи пересечения поверхностей. Теорема Монжа

Две кривые поверхности второго порядка, описанные вокруг поверхности второго порядка (сферы), пересекаются по плоским кривым. Для построения проекций линий пересечения, рис. 92, достаточно провести проецирующие плоскости

через точки пересечения образующих. На чертеже показано построение четвертой точки линий пересечения очерков цилиндра и конуса.

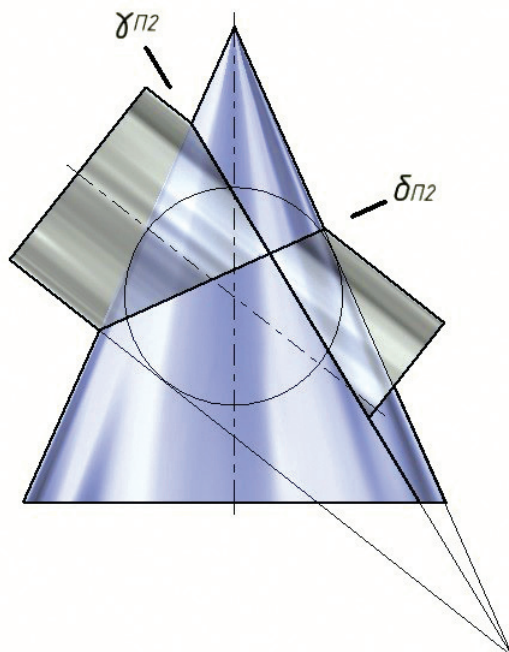


Рис. 92. Построение четвертой точки линий пересечения

Метод вспомогательных концентрических сфер

Для пересекающихся поверхностей вращения целесообразно в качестве вспомогательных поверхностей использовать не плоскости, а сферы (рис. 93). Их применение основано на свойстве соосных поверхностей вращения пересекаться по окружностям. *Соосными* называются поверхности вращения, имеющие общую ось. Меридианы соосных поверхностей вращения, расположенные в плоскости пересечения осей вращения, пересекаются в точках 1, 2, 3 и 4. Эти точки при вращении меридианов описывают окружности (параллели), являющиеся линиями их пересечения. Любая сфера с центром в точке пересечения осей двух поверхностей вращения соосна цилиндру и конусу.

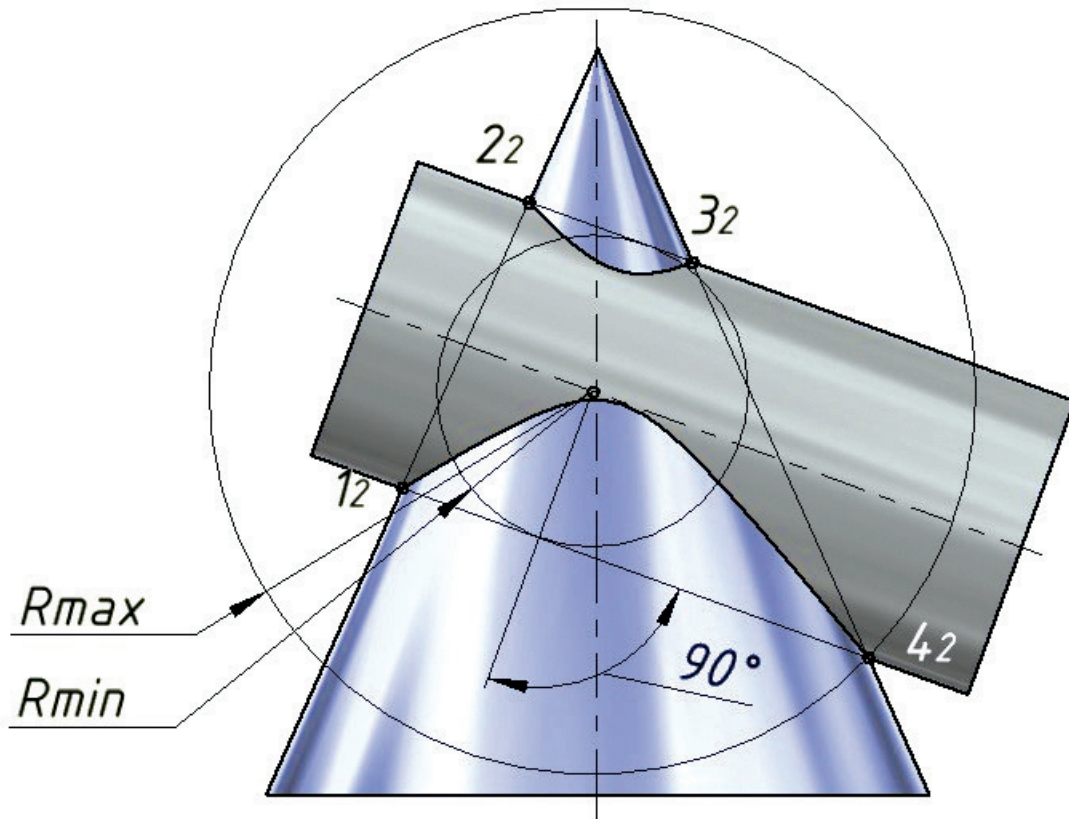
Построение линий пересечения исходных поверхностей со сферами, имеющими радиусы в интервале $R_{\max} < R < R_{\min}$, позволяет найти ряд общих точек, принадлежащих пересекающимся поверхностям. Эти точки — искомые точки пересечения.

Условия применения метода концентрических сфер:

- пересекающиеся поверхности — поверхности вращения;
- оси вращения пересекаются и принадлежат плоскости параллельной рассматриваемой плоскости проекций (Π_2).

Алгоритм построения линий пересечения поверхностей методом вспомогательных концентрических сфер состоит в следующем.

1. Определить наличие условий использования метода вспомогательных концентрических сфер.
2. Найти точку пересечения осей вращения.
3. Построить проекцию сферы окружностью R_{min} . Для этого следует построить две проекции сфер (окружности), вписанные в обе исходные поверхности. Радиусы вписанных окружностей определяются размерами перпендикуляров, проведенных из точки пересечения осей к очеркам поверхностей — рис. 93. Окружность большего радиуса — это окружность R_{min} .

Рис. 93. Определение R_{min} и R_{max}

4. Определить характерные точки искомых линий пересечения:
 - принадлежащие очеркам поверхностей ($1_2, 2_2, 3_2, 4_2$);
 - выполненные с помощью сферы окружностью R_{min} , касающейся одной (цилиндра) и пересекающей другую (конус); полученные линии при пересечении дают обязательные для построения точки (5_2 и 6_2) — рис. 94.
5. Построить в точке пересечения осей следующую проекцию вспомогательной секущей сферы, которая имеет радиус в интервале от R_{min} до R_{max} .
6. Построить проекции окружностей — линий пересечения каждой исходной поверхности с вспомогательной сферой.
7. Найти точки пересечения построенных линий. Эти точки принадлежат искомой линии пересечения поверхностей.

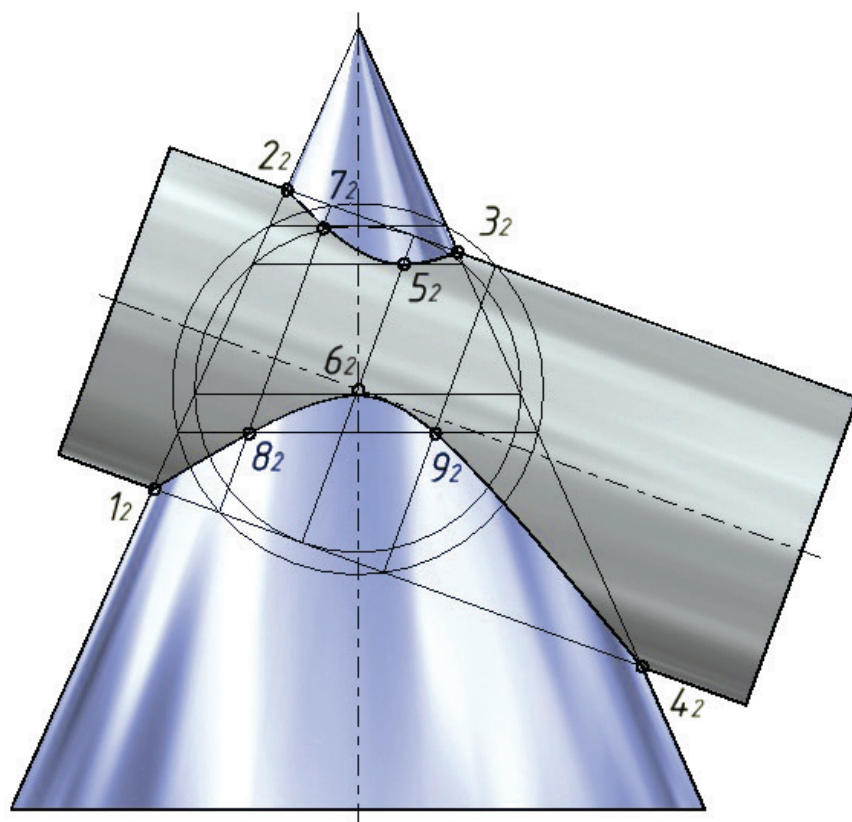


Рис. 94. Построение точек 5, 6 и 7

8. Повторить пункты 5, 6, 7 несколько раз, охватив интервал от R_{min} до R_{max} .
9. Соединить точки плавной кривой линией (рис. 95).
10. Определить видимость линий.

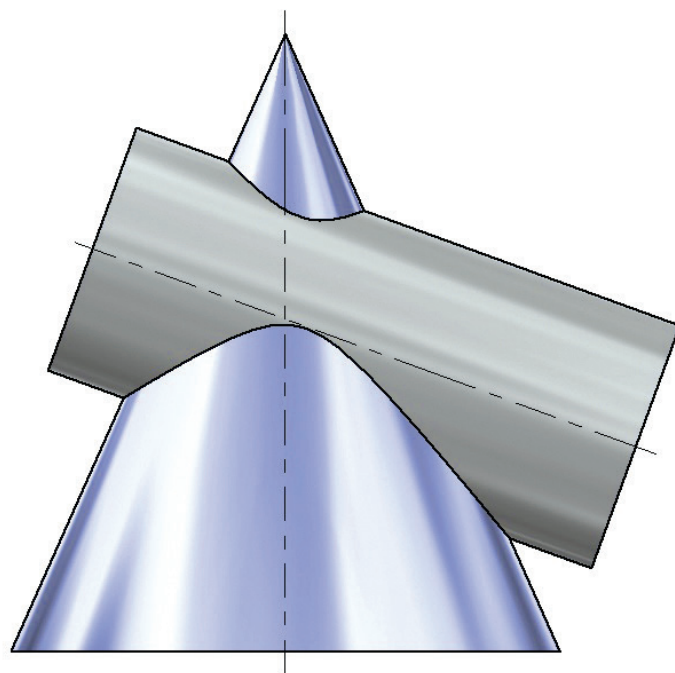


Рис. 95. Пересечение конуса и сферы

Таким образом, если оси поверхностей вращения пересекаются и принадлежат плоскости, параллельной одной из плоскостей проекций, то для построения линии их пересечения могут быть использованы сферы с различными радиусами, центр которых находится в точке пересечения осей данных поверхностей. При этом минимальный радиус R_{min} равен радиусу наибольшей из сфер, вписанных в эти поверхности, а максимальный R_{max} — длине отрезка, выражающего расстояние от проекции центра сферы до наиболее удаленной точки пересечения очерковых образующих (см. рис. 93).

Этот способ построения линии пересечения поверхностей называется *способом концентрических сфер*.

Пример построения проекции линии пересечения поверхностей методом концентрических сфер

В рассматриваемом примере геометрическая фигура составлена из двух усеченных конусов (рис. 96). Линия пересечения поверхностей вращения — биквадратная пространственная кривая. Оси поверхностей вращения пересекаются и принадлежат плоскости параллельной Π_2 . Исходя из перечисленных условий задачу по построению линии пересечения поверхностей можно решить в одной проекции на плоскости Π_2 способом вспомогательных концентрических сфер.

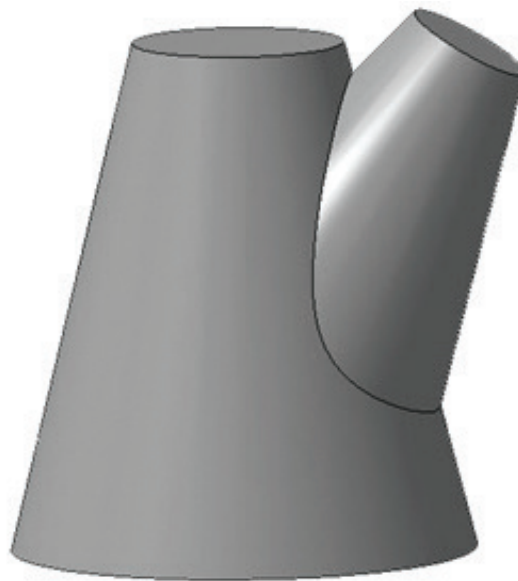


Рис. 96. Пересечение усеченных конусов

1. Определить центр вспомогательных сфер O_2 — это точка пересечения осей.
2. Найти точки пересечения очерков заданных поверхностей (1_2 и 6_2), которые являются верхней и нижней точками линии пересечения (рис. 97).
3. Определить минимальный радиус сферы (R_{min}). Он равен радиусу, проведенному из точки O_2 к образующей большей из поверхностей.

4. Построить линии пересечения сферы (R_{min}), которая касается образующих большего конуса и пересекает образующие меньшего конуса. Эти линии — окружности, которые проецируются на плоскость Π_2 в виде отрезков прямой линии.

5. Построить точку пересечения проекций окружностей (точка 5_2).

6. Произвольно провести сферы радиусами между R_{min} и R_{max} — расстояние от точки O_2 до 1_2 .

7. Построенные точки 1_2 , 6_2 , 2_2 , 3_2 и 4_2 соединить плавной линией. Это фронтальная проекция линии пересечения заданных поверхностей.

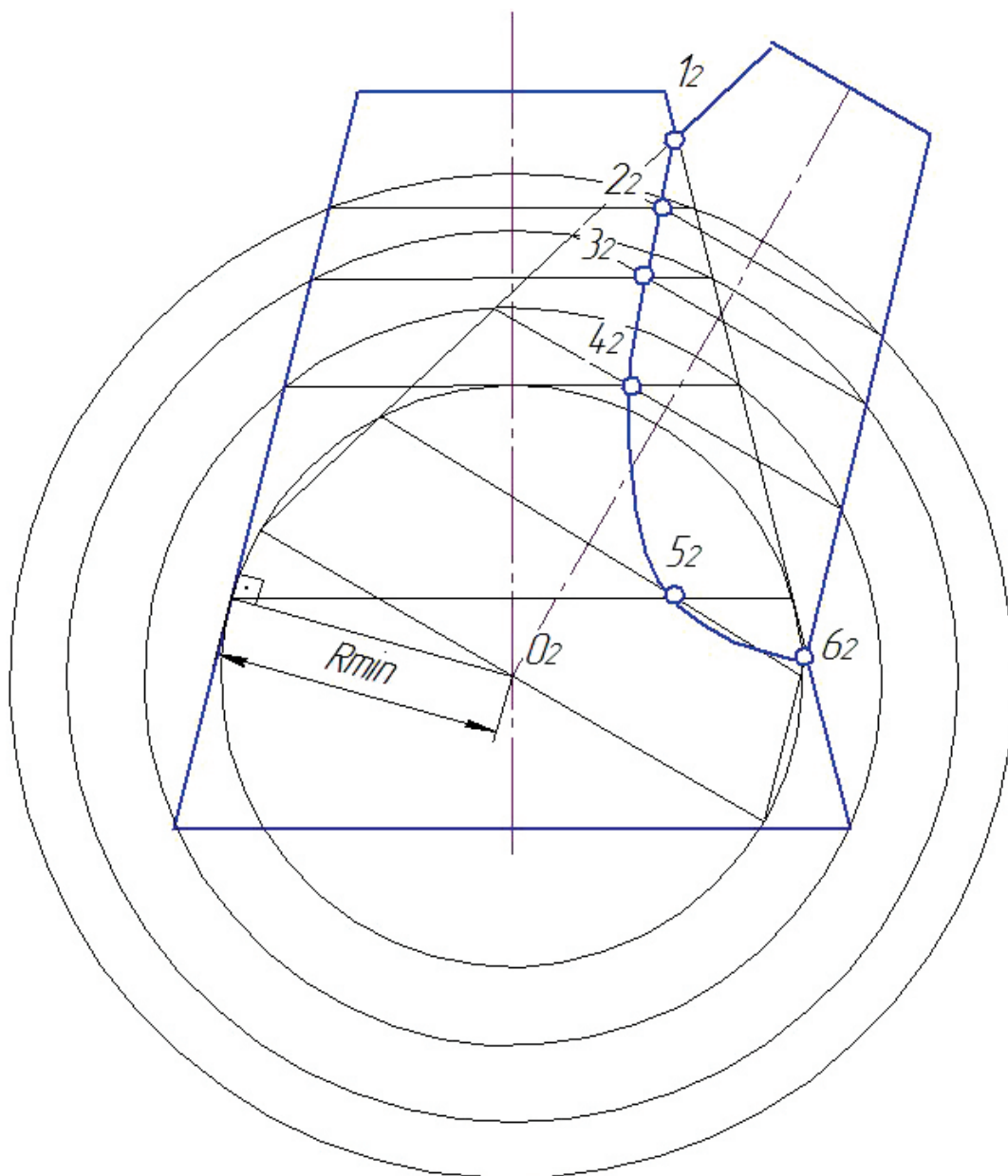
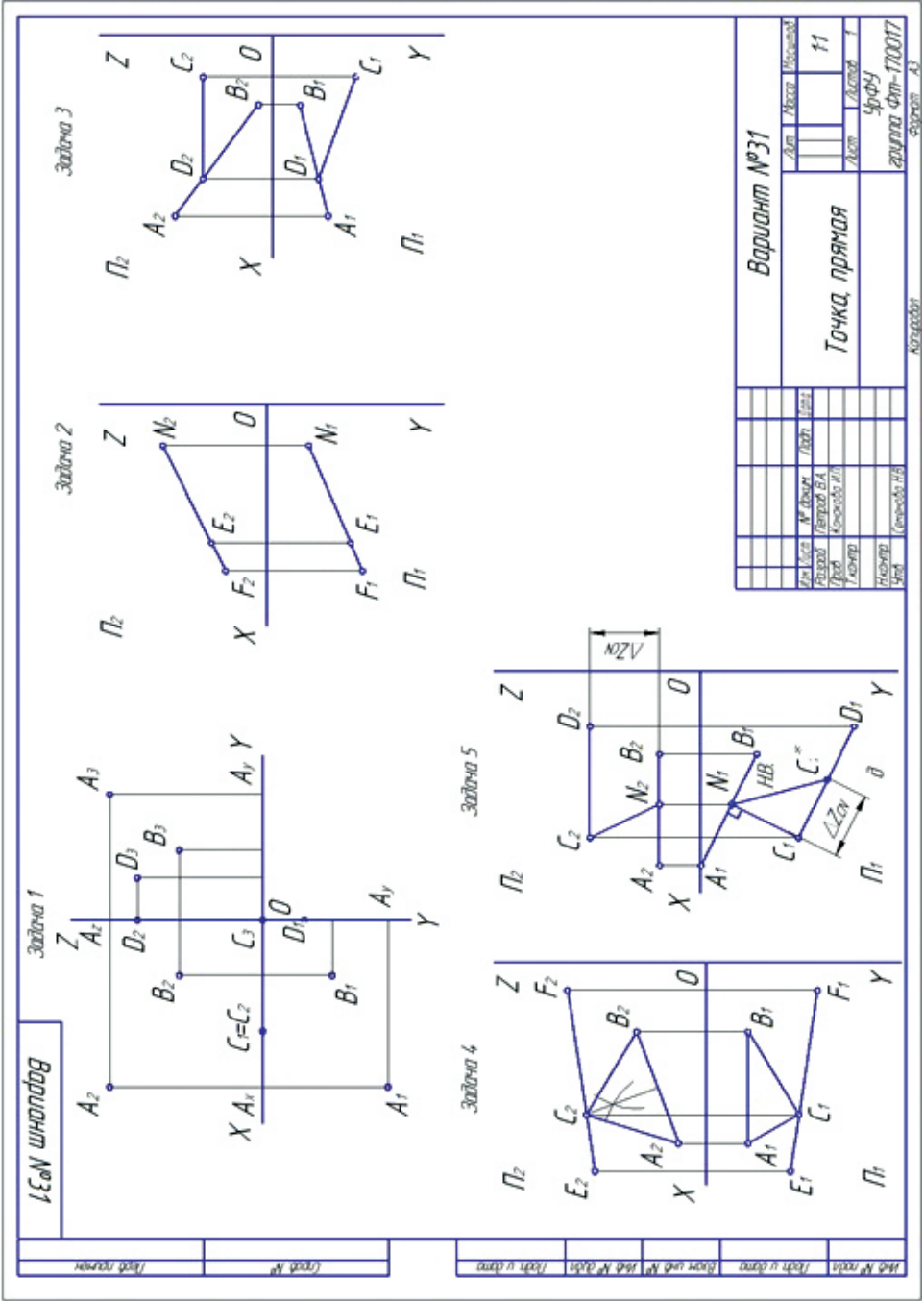


Рис. 97. Построение линии пересечения усеченных конусов с помощью метода концентрических сфер

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

«Прямая», «Плоскость», «Взаимное положение геометрических объектов»:
пример выполнения

Задание выполняется на формате А3 (420×297). Пример оформления показан на рисунке. Варианты заданий приведены ниже.



Варианты заданий по теме «Точка, прямая, плоскость»

1. Построить проекции точек A, B, C, D (решить задачу в 3-х проекциях).

Вариант	Координаты точек			
	A	B	C	D
1	50, 20, 10	10, 35, 40	20, 0, 0	0, 15, 30
2	10, 35, 05	50, 10, 10	0, 20, 30	25, 0, 0
3	60, 30, 5	15, 20, 30	30, 0, 0	0, 25, 0
4	30, 0, 0	0, 25, 0	60, 30, 5	15, 20, 30
5	40, 0, 0	0, 30, 0	55, 25, 10	10, 20, 55
6	60, 0, 0	0, 35, 0	50, 25, 10	15, 20, 55
7	20, 0, 0	0, 15, 30	45, 0, 0	0, 35, 0
8	0, 15, 30	20, 0, 0	65, 0, 0	0, 40, 0
9	55, 15, 10	10, 20, 55	10, 0, 0	0, 25, 30
10	60, 35, 10	15, 10, 55	0, 25, 30	20, 0, 0
11	60, 30, 5	15, 20, 30	45, 0, 0	0, 30, 0
12	55, 25, 10	10, 20, 55	65, 0, 0	0, 15, 0
13	50, 25, 10	15, 20, 55	25, 0, 0	0, 15, 30
14	60, 0, 0	0, 30, 0	55, 10, 05	10, 15, 55
15	45, 0, 0	0, 35, 0	40, 35, 20	15, 10, 60
16	20, 0, 0	0, 15, 30	60, 30, 5	15, 15, 30
17	0, 15, 30	20, 0, 0	55, 05, 15	10, 05, 55
18	10, 0, 0	0, 25, 30	55, 35, 10	05, 20, 55
19	0, 25, 30	20, 0, 0	60, 35, 10	15, 20, 55
20	50, 20, 10	10, 35, 40	20, 0, 0	0, 15, 30
21	10, 35, 40	50, 20, 10	0, 15, 30	20, 0, 0
22	60, 30, 5	15, 20, 30	30, 0, 0	0, 25, 0
23	45, 0, 0	0, 35, 0	55, 15, 10	10, 20, 55
24	65, 0, 0	0, 40, 0	50, 25, 10	15, 20, 55
25	20, 0, 0	0, 15, 30	45, 0, 0	0, 35, 0
26	0, 15, 30	20, 0, 0	65, 0, 0	0, 40, 0
27	55, 15, 10	10, 20, 55	10, 0, 0	0, 25, 30
28	50, 35, 10	15, 20, 55	0, 25, 30	20, 0, 0
29	40, 0, 0	0, 55, 35	50, 35, 05	10, 55, 35
30	0, 25, 35	45, 0, 0	10, 35, 40	50, 60, 05

2. Дана точка E и разноименные проекции точек F и N , лежащих на одной прямой. Определить координату Y точки F и координату Z точки N (решить задачу в 2-х проекциях).

Вариант	Координаты точек		
	E	F	N
1	40, 25, 40	60, ?, 20	15, 15, ?
2	40, 25, 40	60, ?, 20	25, 15, ?
3	40, 25, 40	60, ?, 20	35, 20, ?
4	40, 25, 40	50, ?, 30	15, 15, ?
5	40, 25, 40	70, ?, 15	15, 15, ?
6	50, 30, 20	60, ?, 10	15, 15, ?
7	50, 30, 20	75, ?, 05	25, 20, ?
8	50, 30, 20	75, ?, 10	05, 10, ?
9	50, 30, 15	60, ?, 10	05, 10, ?
10	35, 25, 30	65, ?, 20	10, 35, ?
11	35, 25, 30	65, ?, 20	05, 35, ?
12	35, 25, 30	65, ?, 20	25, 30, ?
13	35, 25, 30	50, ?, 25	05, 35, ?
14	40, 25, 40	60, ?, 20	25, 15, ?
15	35, 25, 30	65, ?, 50	05, 35, ?
16	35, 25, 30	60, ?, 40	25, 30, ?
17	35, 25, 30	60, ?, 20	25, 30, ?
18	30, 30, 25	50, ?, 30	10, 40, ?
19	30, 30, 20	40, ?, 25	10, 45, ?
20	35, 25, 30	65, ?, 20	05, 35, ?
21	35, 25, 30	65, ?, 20	25, 30, ?
22	30, 30, 20	60, ?, 30	05, 40, ?
23	50, 30, 20	60, ?, 10	15, 15, ?
24	50, 30, 20	55, ?, 15	20, 20, ?
25	35, 25, 30	65, ?, 20	20, 30, ?
26	35, 25, 30	50, ?, 25	05, 35, ?
27	40, 25, 40	60, ?, 20	05, 15, ?
28	40, 25, 40	60, ?, 30	25, 15, ?
29	40, 25, 40	60, ?, 20	05, 10, ?
30	40, 25, 40	60, ?, 20	10, 15, ?

3. Через точку C провести горизонтальную (или фронтальную) прямую CD , пересекающую отрезок AB (решить задачу в 2-х проекциях).

Вариант	Характер прямой CD	Координаты точек		
		A	B	C
1	Горизонталь	60, 20, 30	30, 10, 10	10, 25, 25
2	Горизонталь	70, 25, 35	30, 10, 10	10, 25, 30
3	Горизонталь	70, 25, 35	20, 05, 05	10, 25, 25
4	Горизонталь	60, 20, 10	30, 10, 30	10, 25, 25
5	Горизонталь	70, 25, 05	30, 10, 30	10, 25, 15
6	Горизонталь	70, 25, 05	20, 05, 40	10, 25, 25
7	Фронталь	60, 40, 60	10, 15, 10	05, 25, 55
8	Фронталь	60, 40, 60	10, 15, 10	15, 30, 55
9	Фронталь	55, 40, 55	10, 15, 10	05, 25, 45
10	Фронталь	55, 40, 55	10, 15, 10	15, 30, 55
11	Горизонталь	65, 20, 05	30, 10, 30	10, 25, 20
12	Горизонталь	65, 20, 05	20, 05, 40	10, 25, 25
13	Фронталь	75, 45, 05	10, 15, 10	05, 25, 55
14	Фронталь	75, 45, 05	10, 15, 10	15, 30, 55
15	Горизонталь	70, 25, 45	15, 10, 10	10, 25, 35
16	Горизонталь	70, 25, 45	10, 05, 05	10, 25, 25
17	Фронталь	60, 35, 60	10, 15, 05	05, 25, 55
18	Фронталь	60, 35, 60	05, 15, 10	15, 30, 55
19	Горизонталь	65, 20, 05	30, 10, 30	10, 25, 20
20	Горизонталь	65, 20, 05	20, 05, 40	10, 25, 25
21	Фронталь	55, 40, 55	10, 15, 10	05, 25, 55
22	Фронталь	55, 40, 55	10, 15, 10	15, 30, 55
23	Фронталь	55, 40, 60	10, 15, 10	05, 25, 55
24	Фронталь	55, 40, 60	10, 15, 10	15, 30, 55
25	Горизонталь	60, 20, 10	30, 10, 30	10, 25, 25
26	Горизонталь	70, 25, 05	30, 10, 30	10, 25, 35
27	Горизонталь	70, 25, 05	20, 05, 40	10, 25, 25
28	Горизонталь	60, 20, 30	30, 10, 10	10, 20, 25
29	Горизонталь	70, 25, 35	30, 10, 10	10, 25, 20
30	Горизонталь	70, 25, 45	20, 05, 05	10, 25, 30

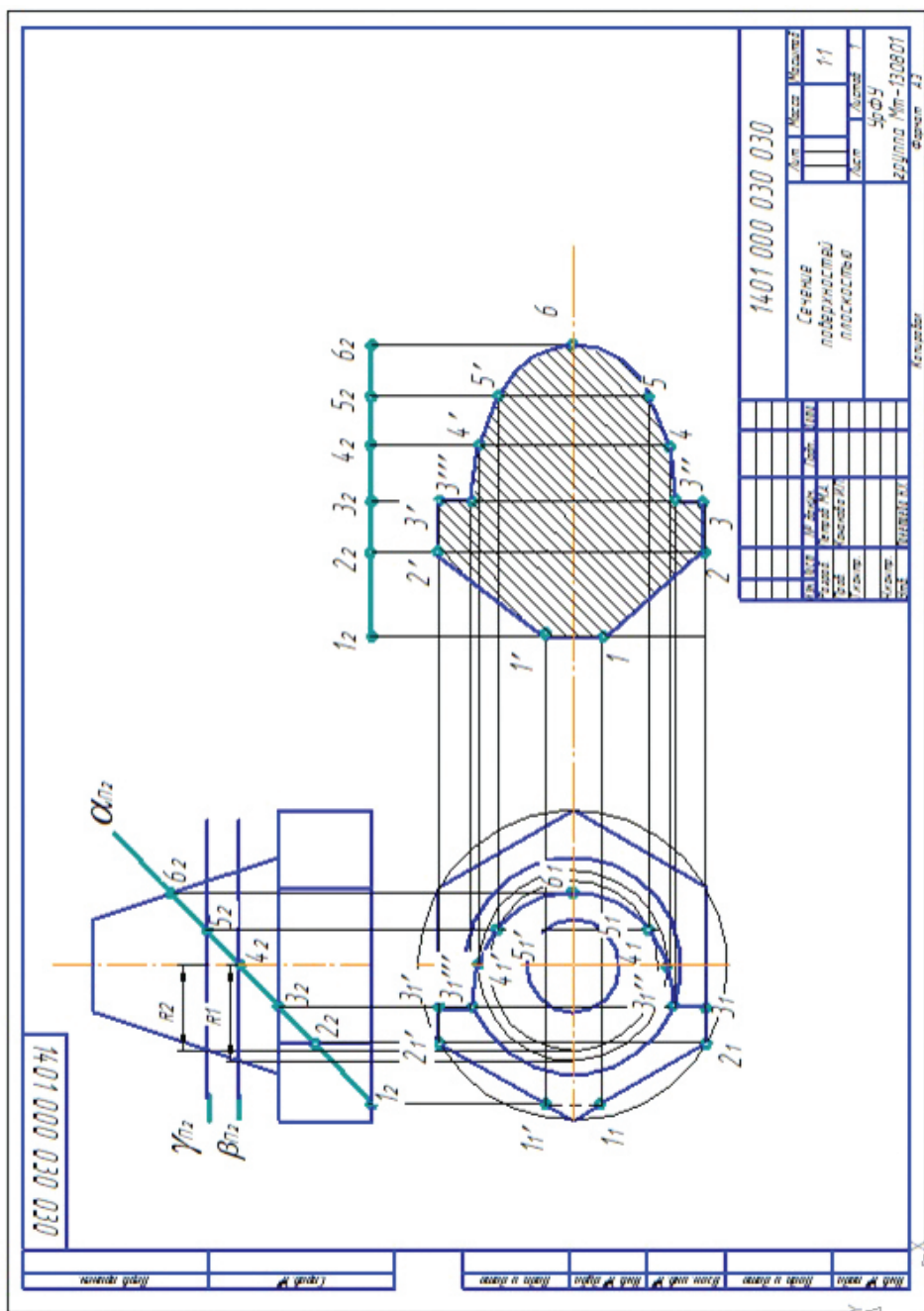
4. Построить проекции равнобедренного треугольника ABC , если дано его основание AB , а вершина C лежит на прямой EF (решить задачу в 2-х проекциях).

Вариант	Координаты точек			
	A	B	E	F
1	55, 10, 10	10, 10, 25	75, 25, 30	10, 40, 35
2	75, 10, 20	30, 30, 20	85, 30, 35	25, 65, 60
3	75, 10, 20	30, 30, 20	85, 30, 30	25, 65, 65
4	75, 10, 15	30, 30, 15	85, 30, 35	25, 65, 60
5	75, 10, 25	30, 30, 25	85, 30, 35	25, 65, 60
6	70, 10, 20	30, 30, 20	85, 30, 30	25, 65, 65
7	70, 10, 15	30, 30, 15	85, 30, 35	25, 65, 60
8	70, 10, 25	30, 30, 25	85, 30, 35	25, 65, 60
9	60, 05, 20	25, 30, 20	75, 35, 30	20, 65, 65
10	60, 05, 15	25, 30, 15	75, 35, 35	20, 65, 60
11	55, 15, 10	10, 15, 35	75, 25, 30	10, 40, 45
12	55, 15, 10	10, 15, 25	75, 25, 25	10, 40, 50
13	55, 10, 10	10, 10, 25	75, 25, 25	10, 40, 40
14	55, 10, 10	10, 10, 25	75, 25, 30	10, 40, 45
15	75, 15, 25	30, 30, 25	85, 30, 35	25, 65, 60
16	70, 15, 20	30, 30, 20	85, 30, 30	25, 65, 65
17	75, 10, 20	30, 30, 20	85, 30, 35	25, 60, 60
18	55, 15, 10	15, 15, 35	75, 25, 30	10, 40, 45
19	60, 10, 20	25, 30, 20	85, 30, 30	20, 65, 65
20	60, 10, 15	25, 30, 15	85, 30, 35	20, 65, 60
21	60, 10, 25	25, 30, 25	85, 30, 35	20, 65, 60
22	75, 10, 20	30, 30, 20	85, 30, 35	25, 60, 60
23	55, 15, 10	10, 15, 25	75, 25, 25	10, 40, 40
24	55, 10, 10	10, 10, 25	75, 25, 30	10, 40, 45
25	55, 10, 05	10, 10, 35	75, 25, 30	10, 40, 45
26	55, 15, 10	15, 15, 35	75, 25, 30	10, 40, 45
27	55, 10, 10	10, 10, 35	75, 25, 30	10, 40, 45
28	55, 10, 10	10, 10, 25	75, 25, 25	10, 40, 50
29	55, 10, 10	10, 10, 25	75, 25, 25	10, 40, 40
30	55, 10, 10	10, 10, 25	75, 25, 30	10, 40, 45

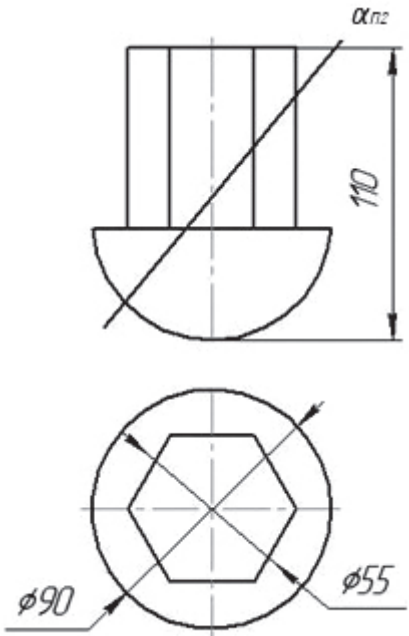
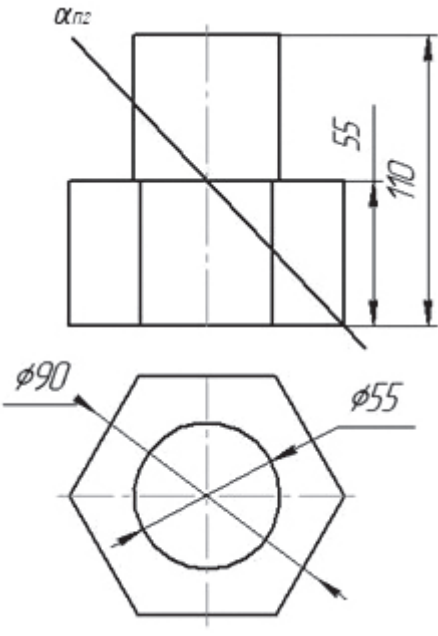
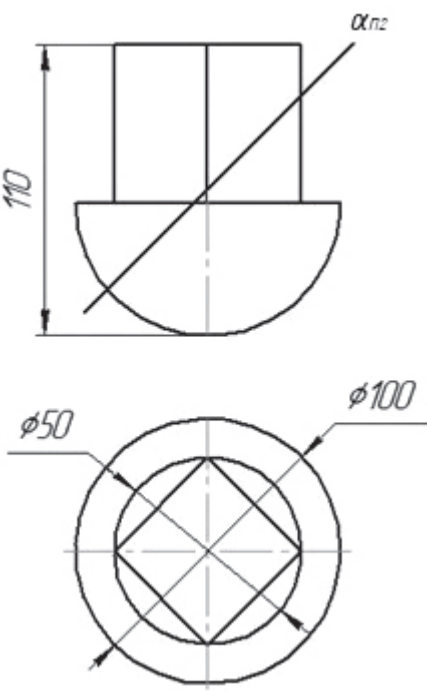
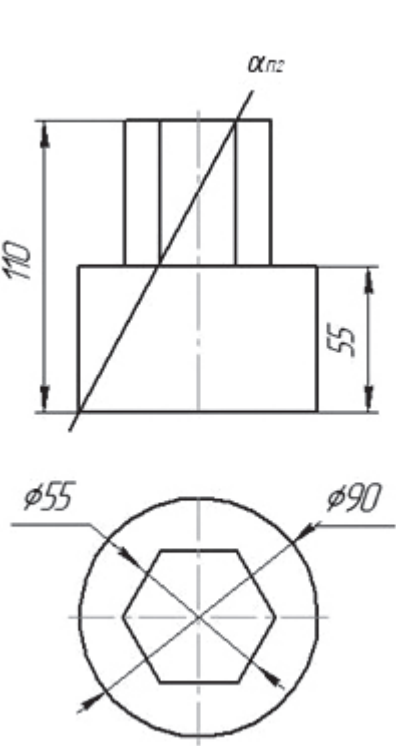
5. Определить расстояние между параллельными прямыми AB и CD (решить задачу в 2-х проекциях).

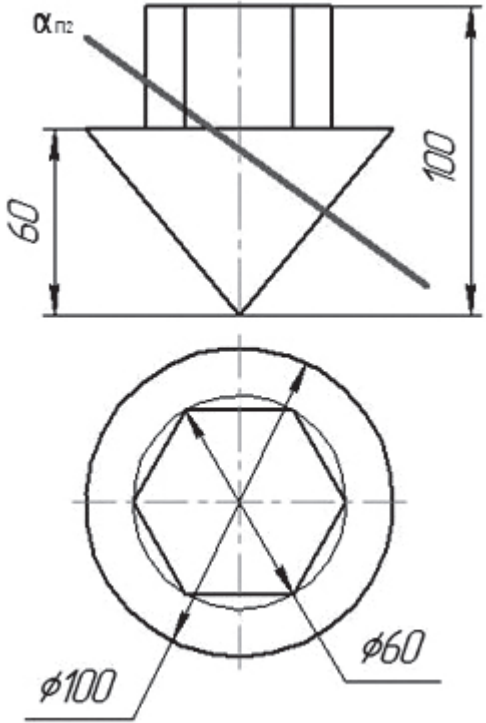
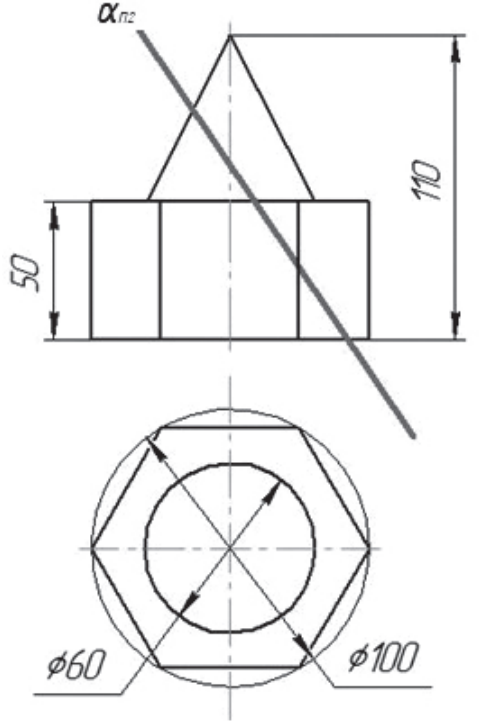
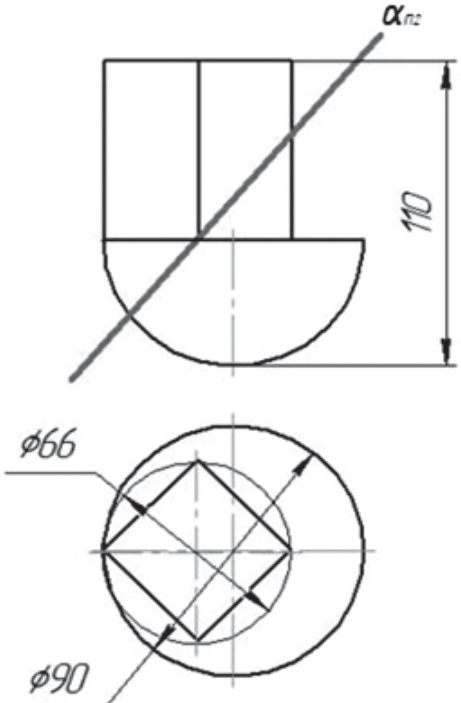
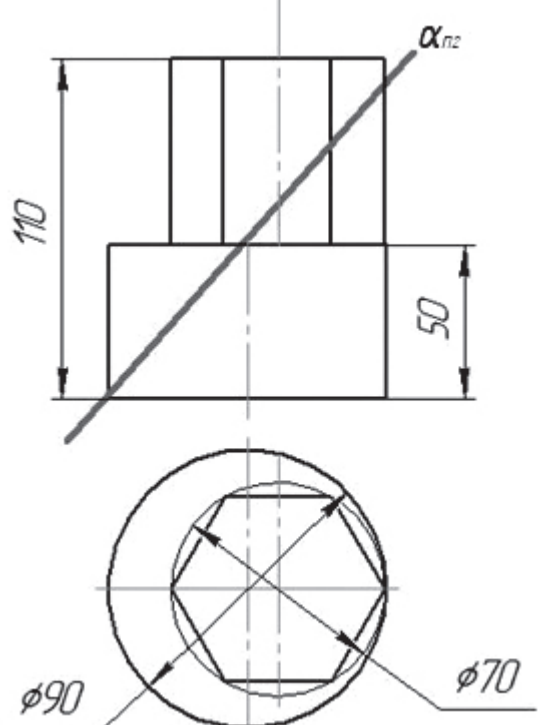
Вариант	Координаты точек			
	A	B	C	D
1	70, 0, 10	25, 20, 10	55, 20, 35	15, ?, ?
2	65, 0, 20	20, 20, 20	50, 20, 35	10, ?, ?
3	75, 30, 10	25, 05, 10	55, 40, 25	15, ?, ?
4	80, 10, 05	30, 10, 10	55, 40, 30	20, ?, ?
5	60, 15, 05	30, 15, 30	40, 30, 30	10, ?, ?
6	75, 30, 15	25, 05, 15	50, 45, 35	90, ?, ?
7	65, 0, 25	20, 20, 25	50, 20, 35	75, ?, ?
8	70, 0, 15	25, 20, 15	55, 20, 35	85, ?, ?
9	80, 20, 10	30, 20, 30	40, 40, 45	5, ?, ?
10	65, 0, 10	20, 20, 10	50, 20, 45	10, ?, ?
11	70, 5, 20	25, 25, 20	55, 25, 35	15, ?, ?
12	75, 30, 15	25, 05, 15	55, 40, 35	15, ?, ?
13	80, 15, 05	30, 15, 10	45, 40, 30	90, ?, ?
14	65, 0, 25	20, 20, 25	50, 20, 35	75, ?, ?
15	70, 0, 20	25, 20, 20	60, 30, 45	85, ?, ?
16	80, 15, 05	30, 15, 10	45, 40, 30	20, ?, ?
17	65, 0, 25	20, 20, 25	50, 20, 35	10, ?, ?
18	70, 0, 10	25, 20, 10	55, 20, 35	85, ?, ?
19	65, 0, 20	20, 20, 20	50, 20, 35	80, ?, ?
20	75, 30, 10	25, 05, 10	55, 40, 25	90, ?, ?
21	70, 0, 20	25, 20, 20	55, 20, 35	15, ?, ?
22	65, 0, 15	20, 20, 15	50, 20, 35	10, ?, ?
23	80, 20, 10	30, 20, 30	40, 40, 45	95, ?, ?
24	65, 0, 10	20, 20, 10	50, 20, 45	80, ?, ?
25	80, 15, 05	30, 15, 10	45, 40, 30	90, ?, ?
26	65, 0, 25	20, 20, 25	50, 20, 35	80, ?, ?
27	60, 15, 05	25, 15, 10	35, 40, 30	15, ?, ?
28	75, 30, 15	25, 05, 15	50, 45, 35	10, ?, ?
29	65, 0, 25	20, 20, 25	50, 20, 35	5, ?, ?
30	70, 0, 15	25, 20, 15	55, 20, 35	15, ?, ?

.....

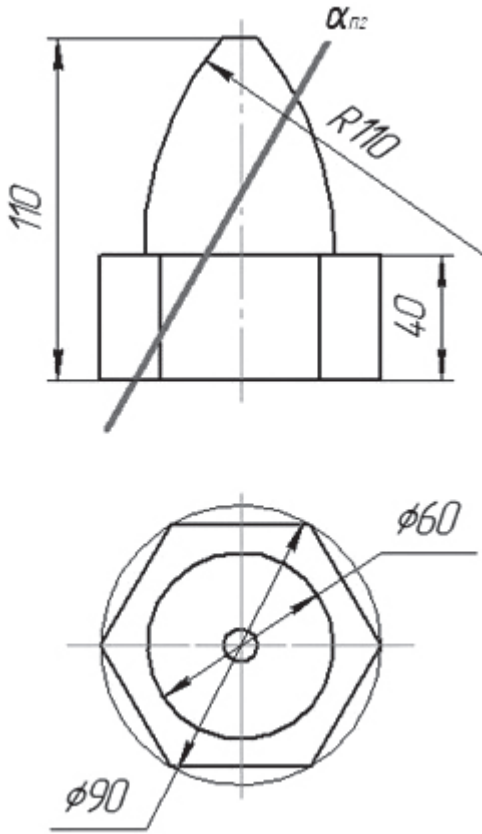
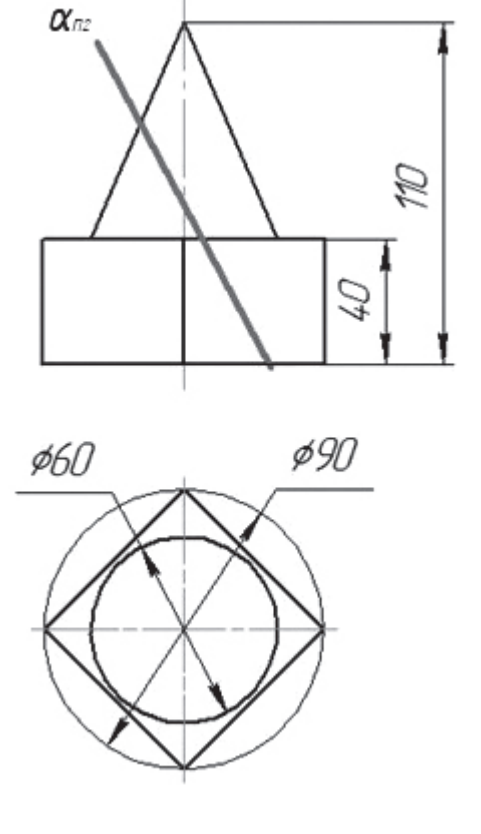
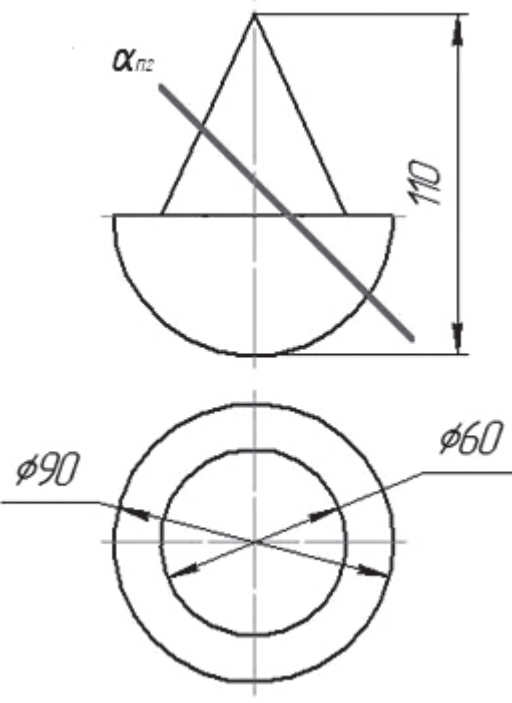
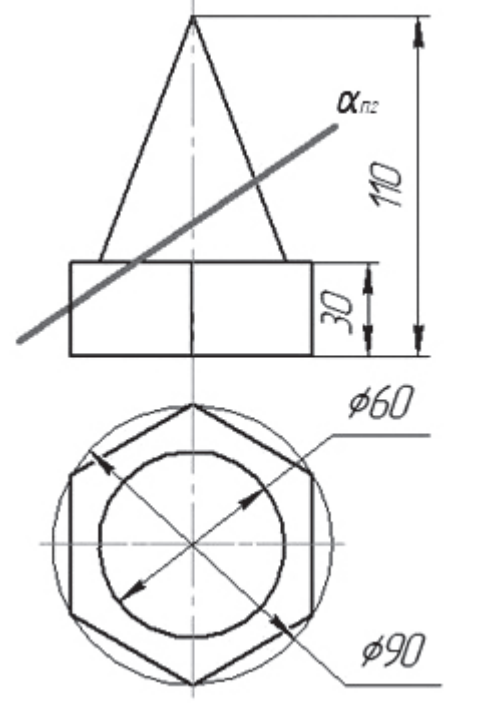


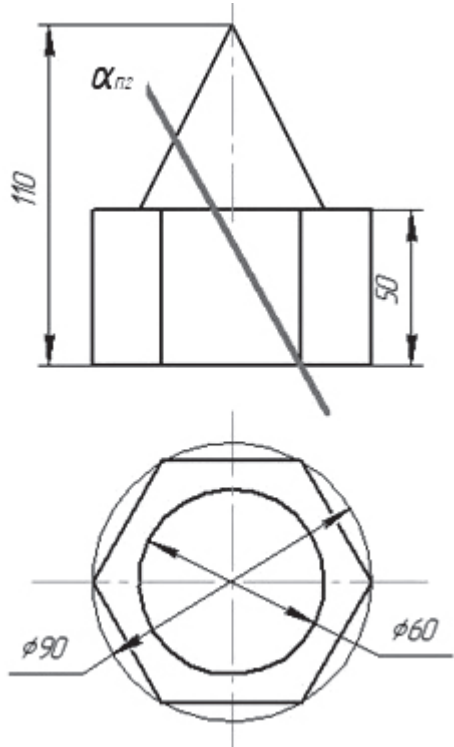
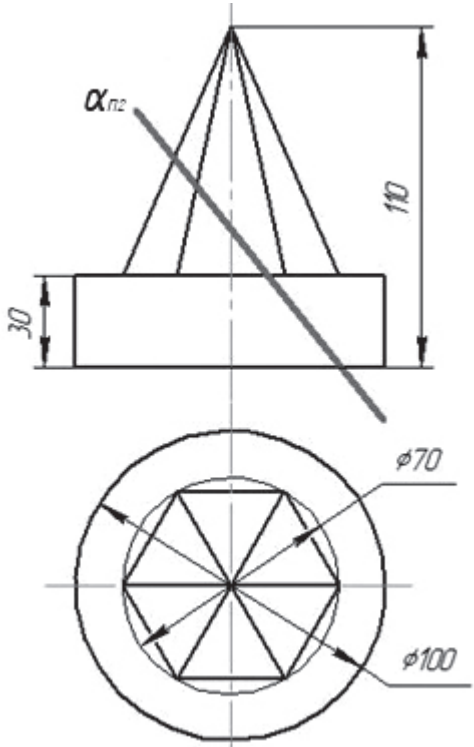
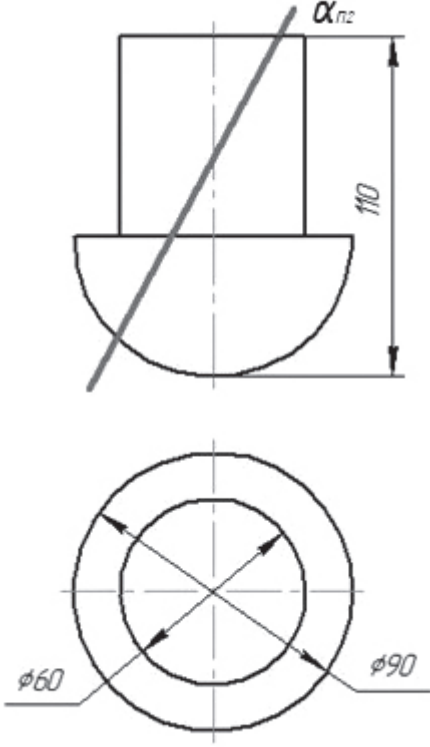
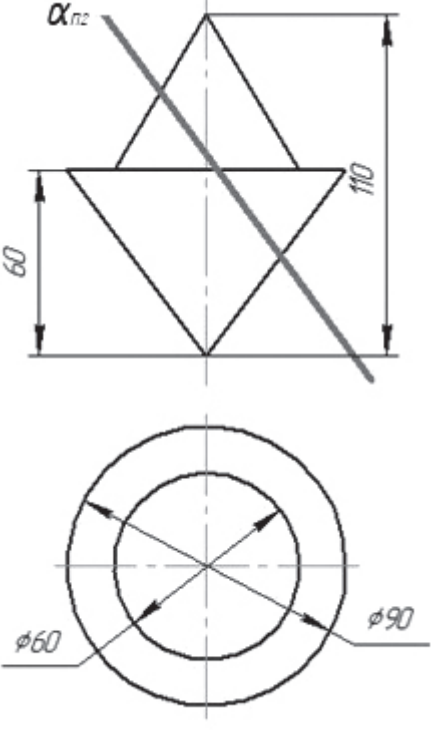
Варианты заданий на построение сечения поверхностей плоскостью и определение его натуральной величины

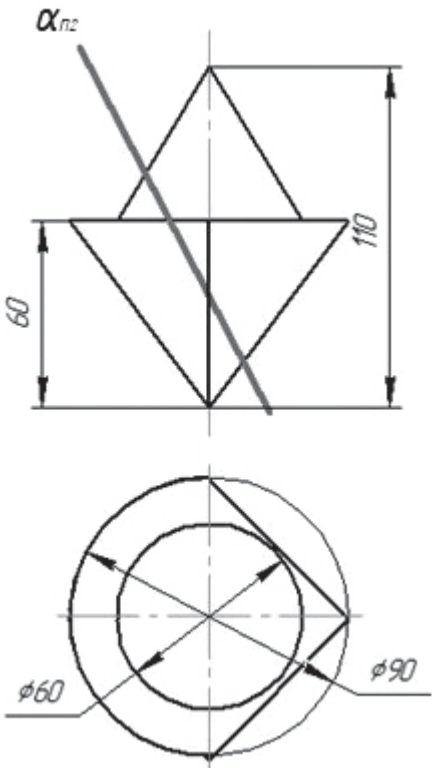
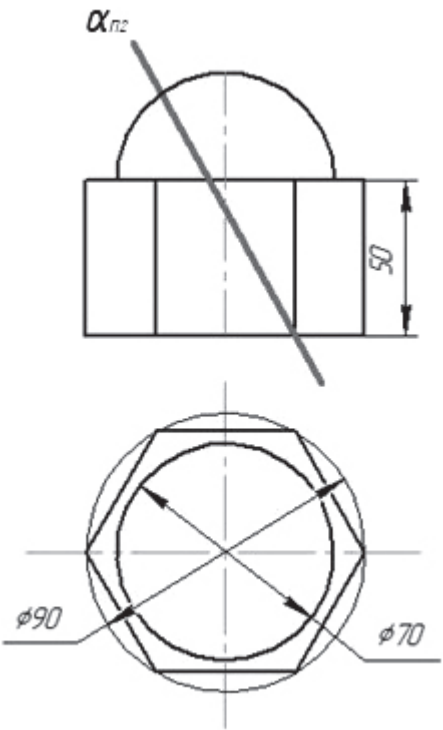
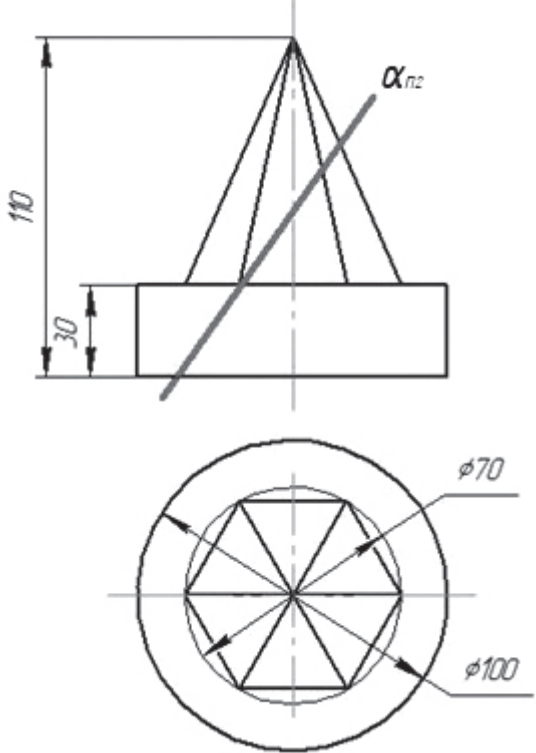
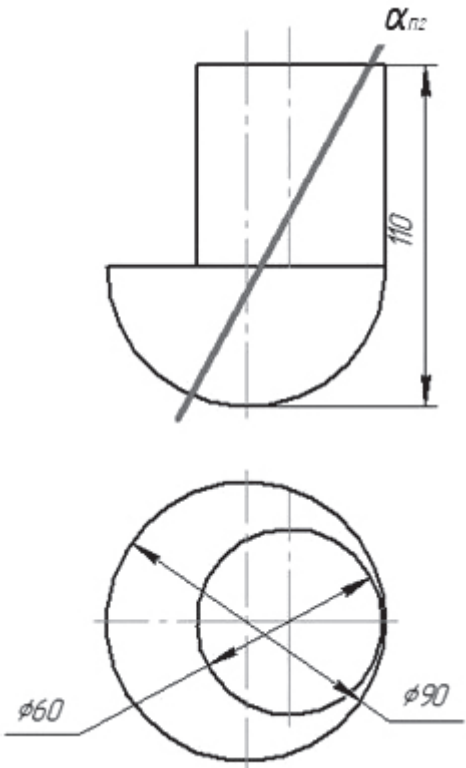
1	2
	
3	4
	

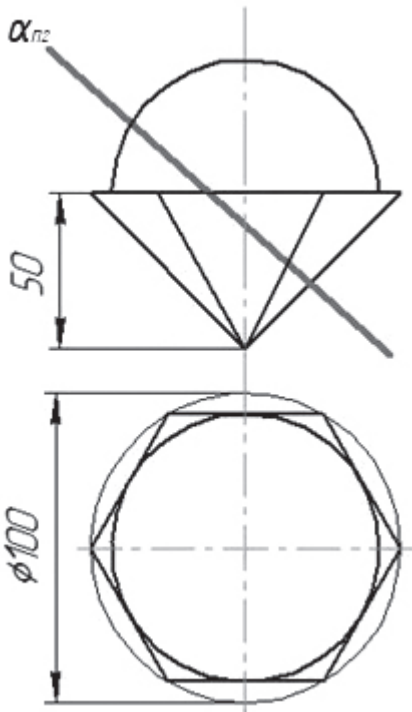
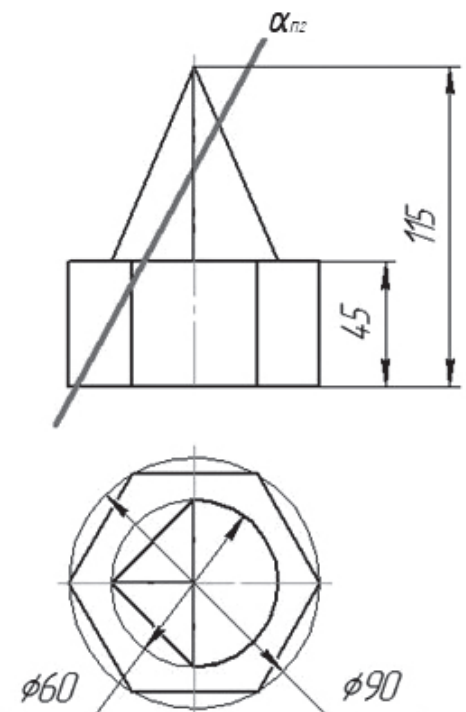
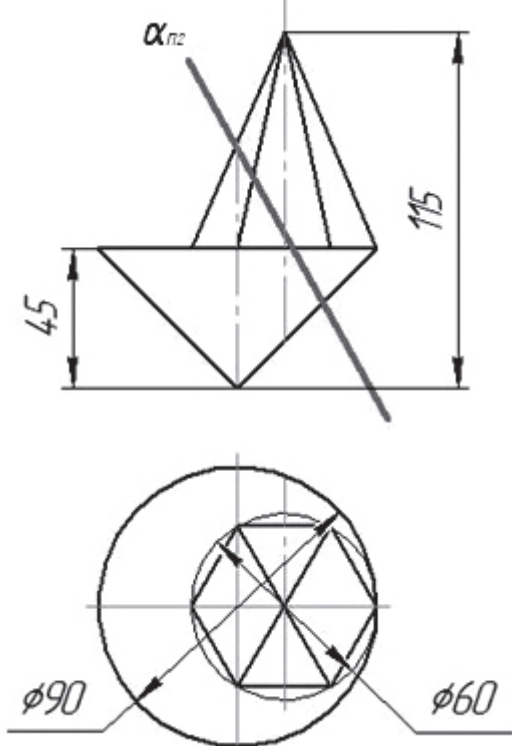
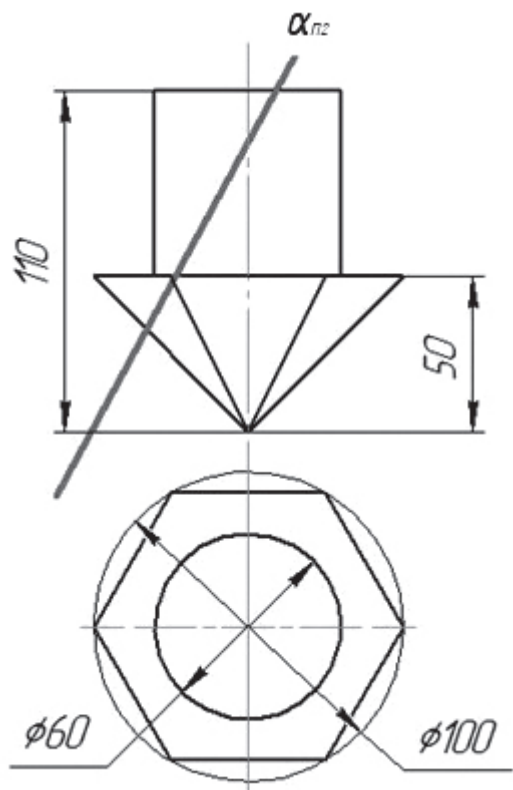
5	6
	
7	8
	

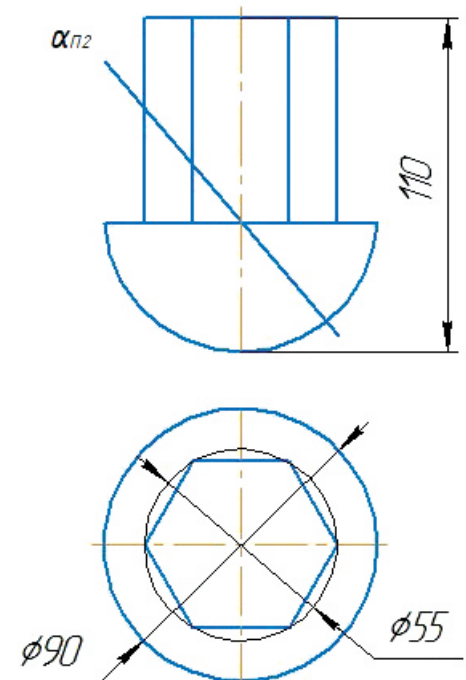
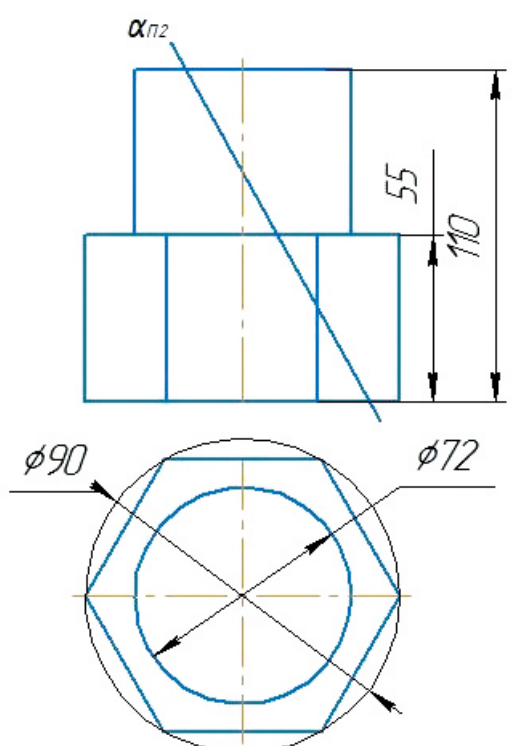
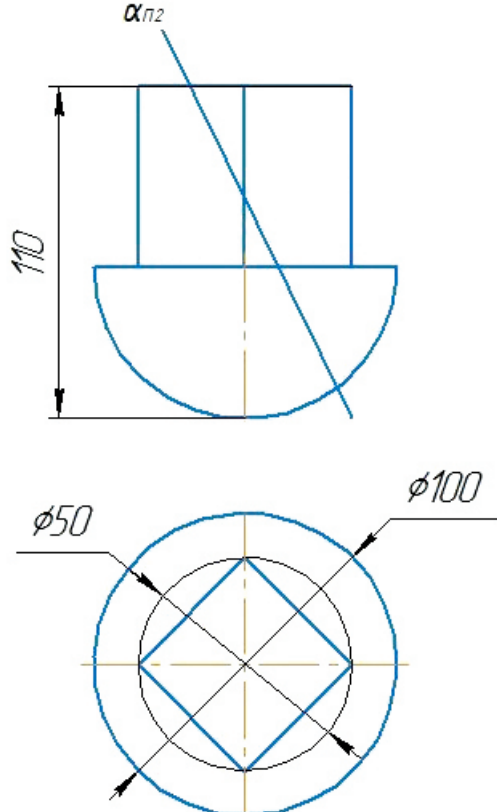
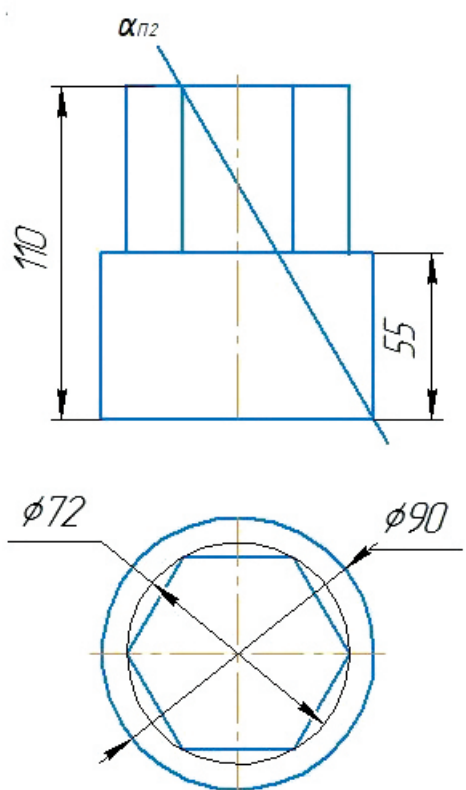
<p>9</p>	<p>10</p>
<p>11</p>	<p>12</p>

13	14
	
15	16
	

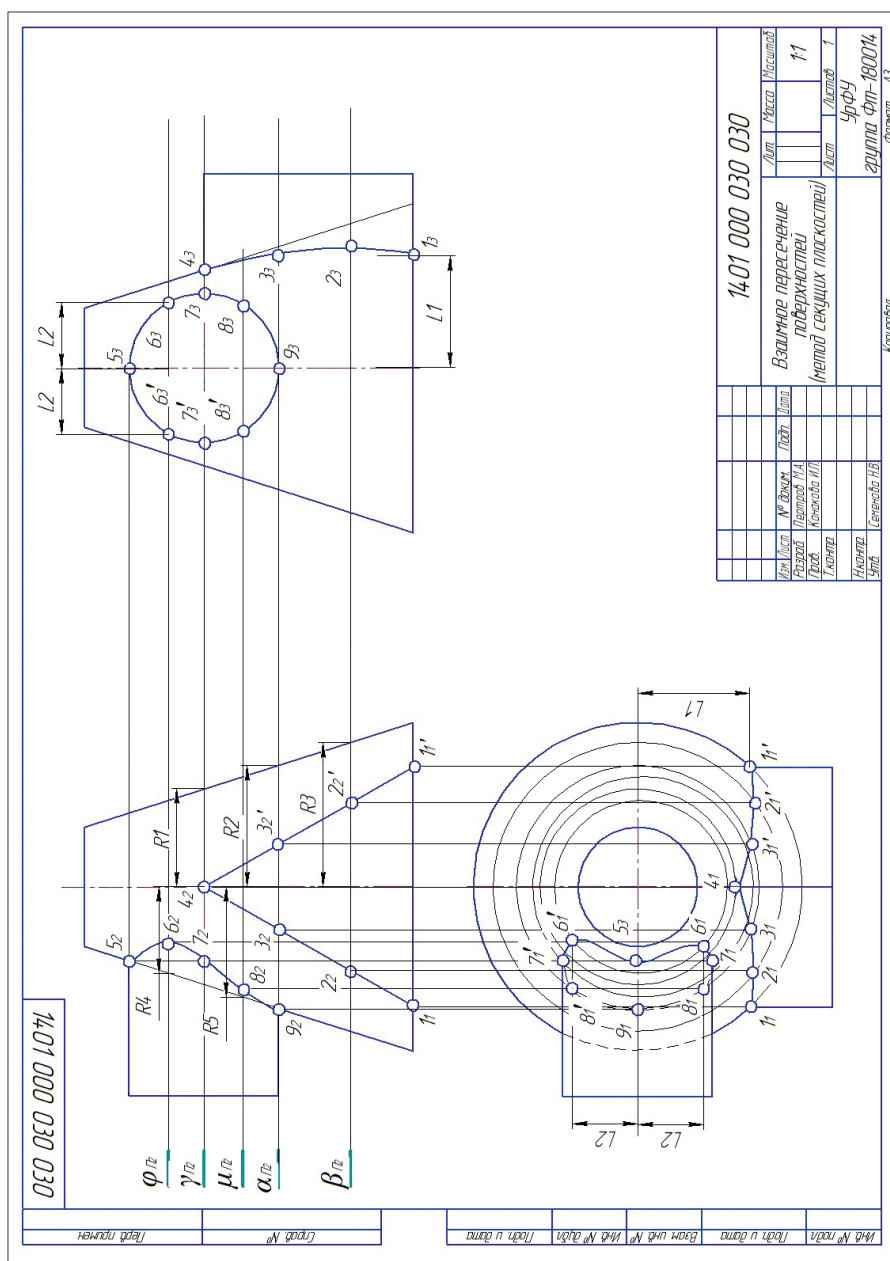
17	18
	
19	20
	

21	22
	
23	24
	

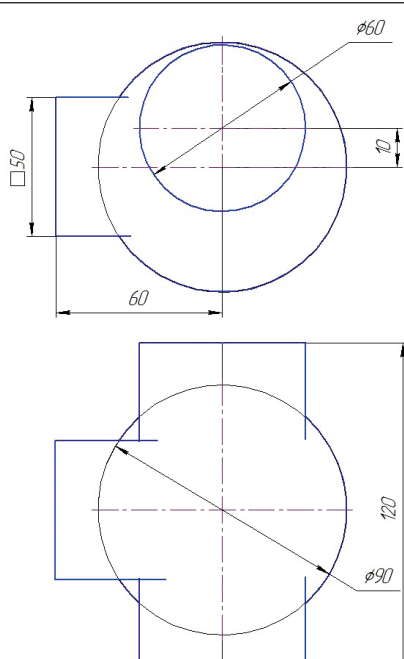
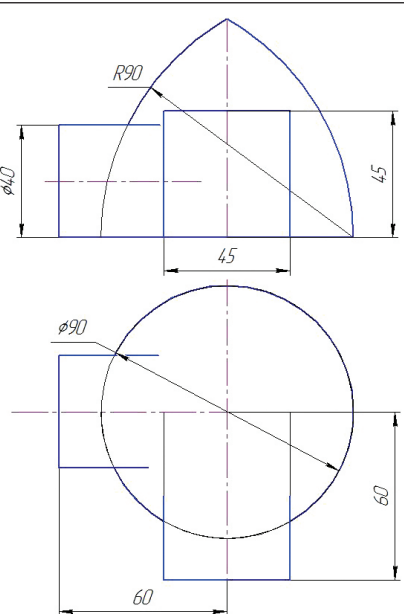
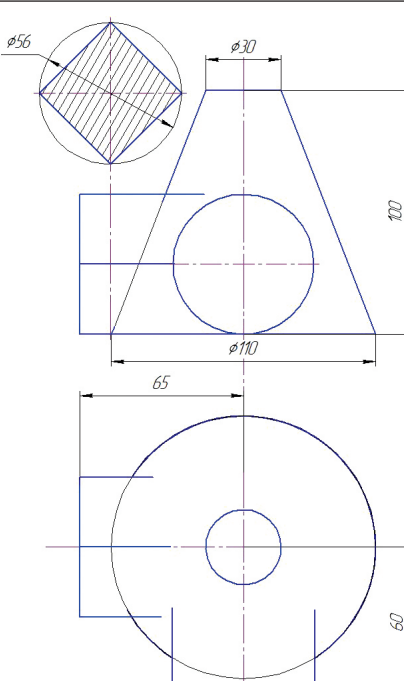
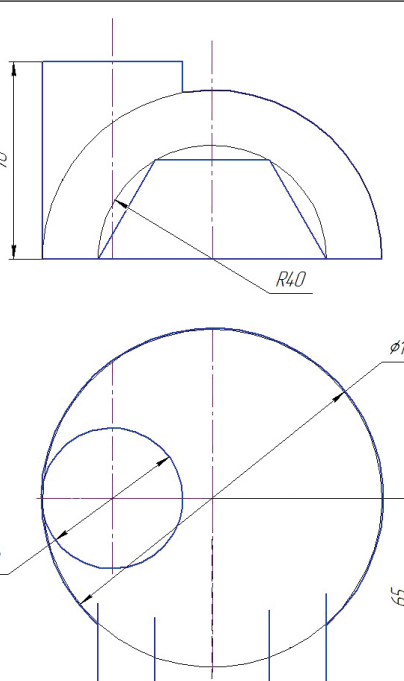
<p>25</p> 	<p>26</p> 
<p>27</p> 	<p>28</p> 

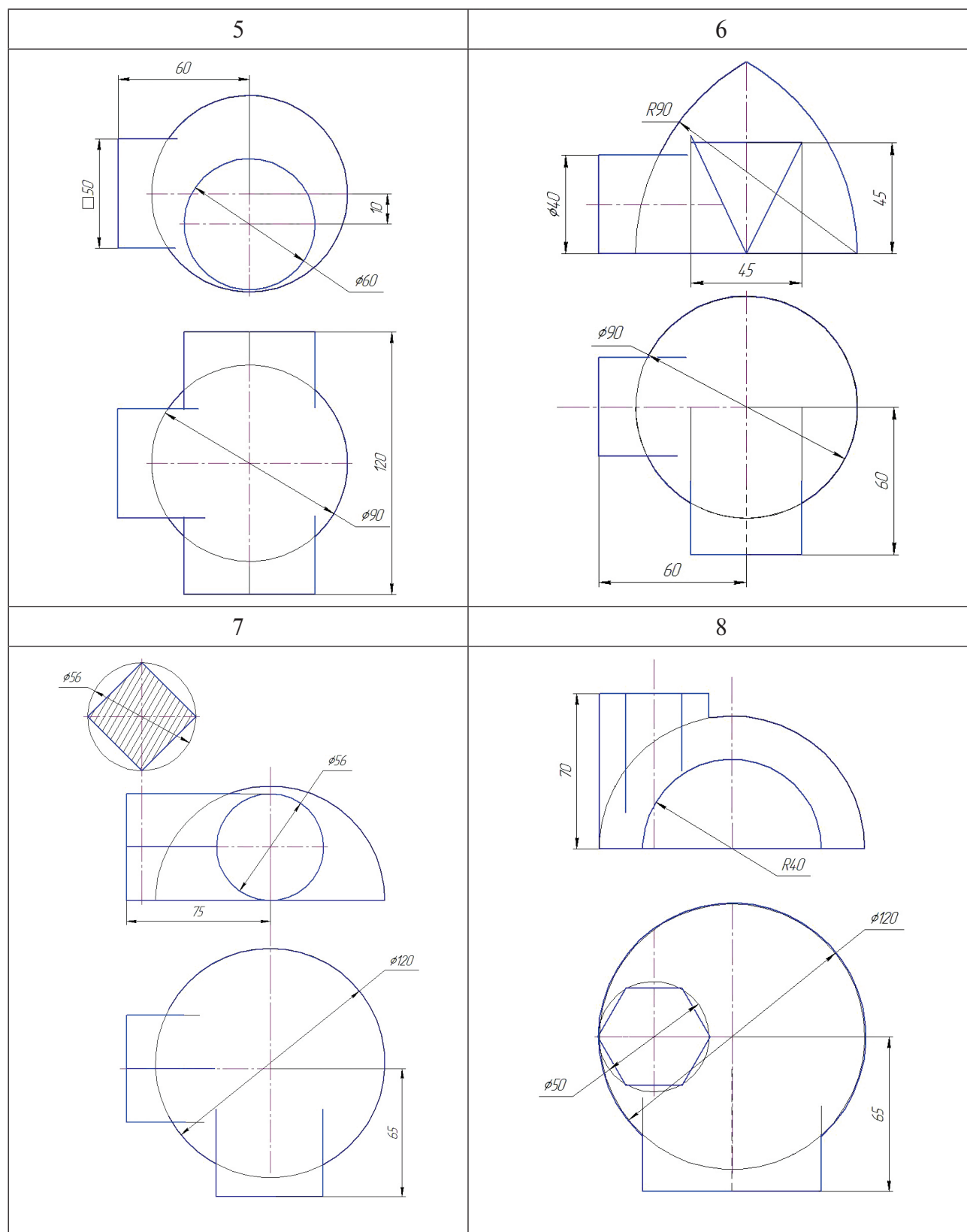
29	30
	
31	32
	

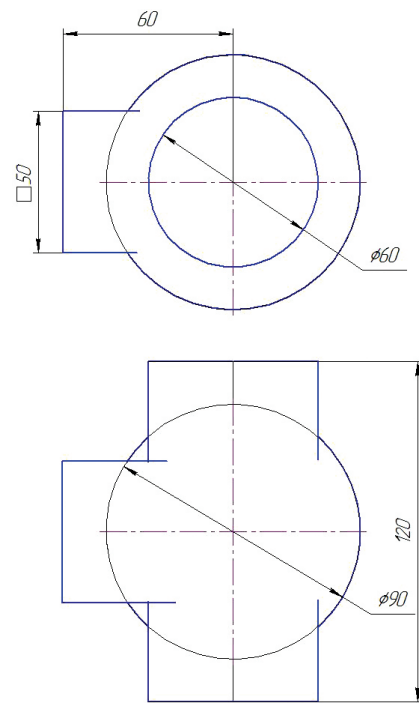
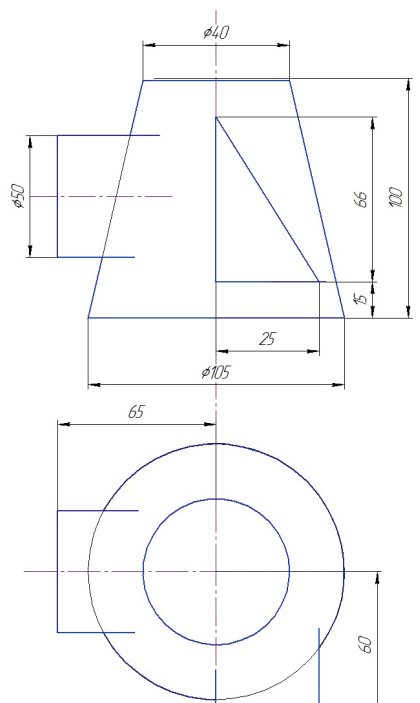
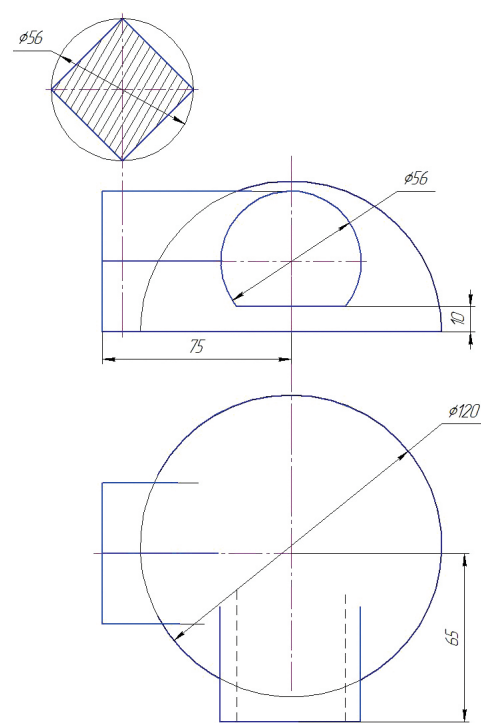
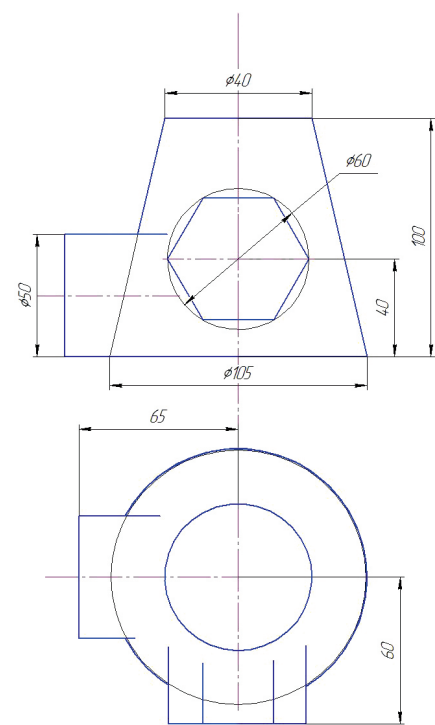
.....

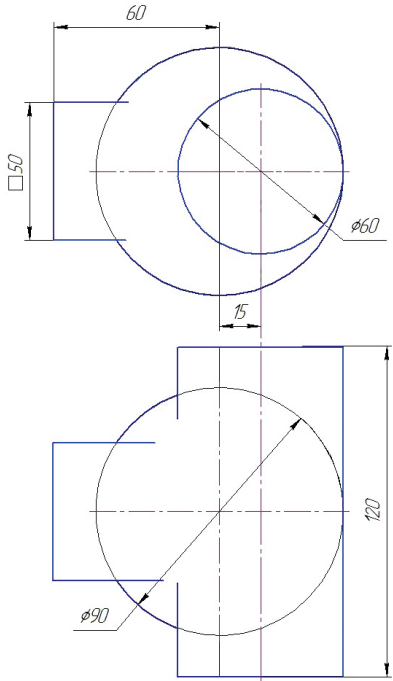
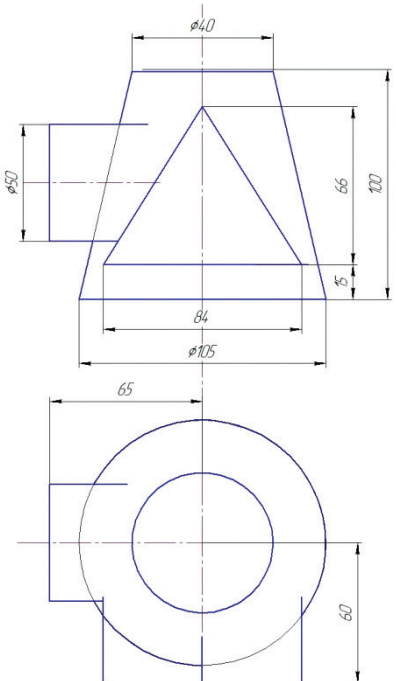
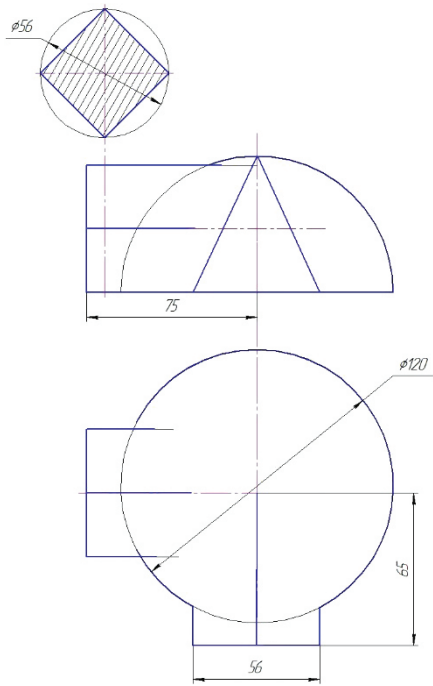
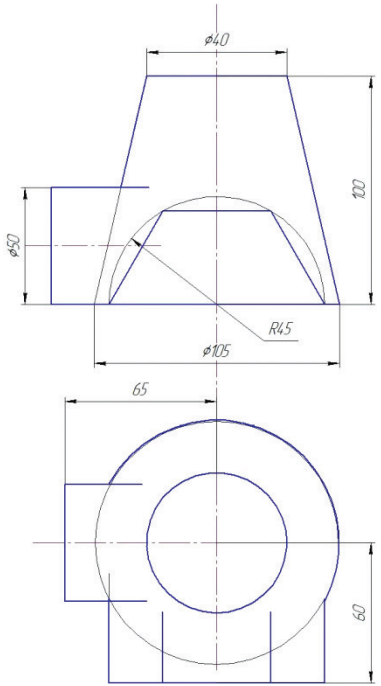


Варианты заданий на построение линий пересечения поверхностей методом вспомогательных секущих плоскостей

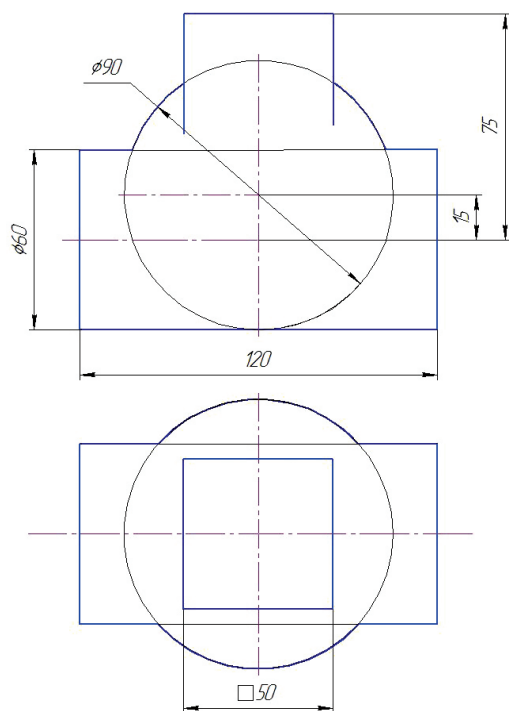
<p style="text-align: center;">1</p> 	<p style="text-align: center;">2</p> 
<p style="text-align: center;">3</p> 	<p style="text-align: center;">4</p> 



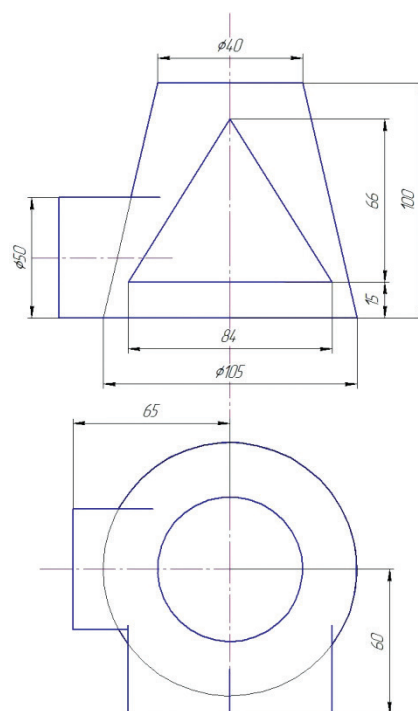
<p style="text-align: center;">9</p> 	<p style="text-align: center;">10</p> 
<p style="text-align: center;">11</p> 	<p style="text-align: center;">12</p> 

13	14
	
15	16
	

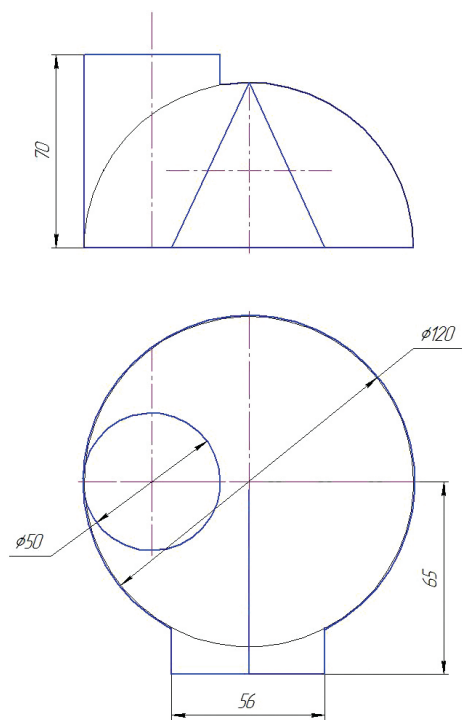
17



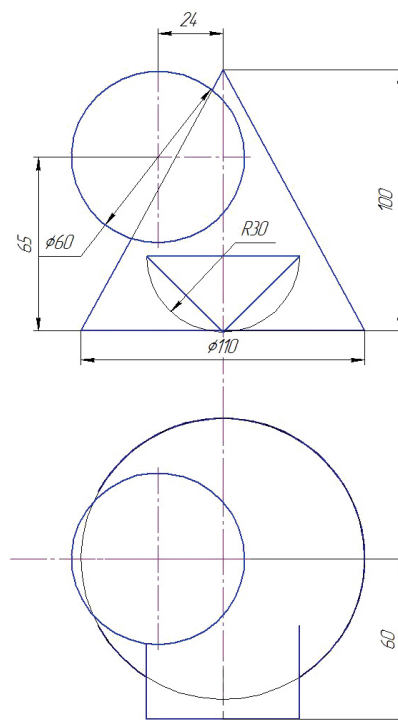
18

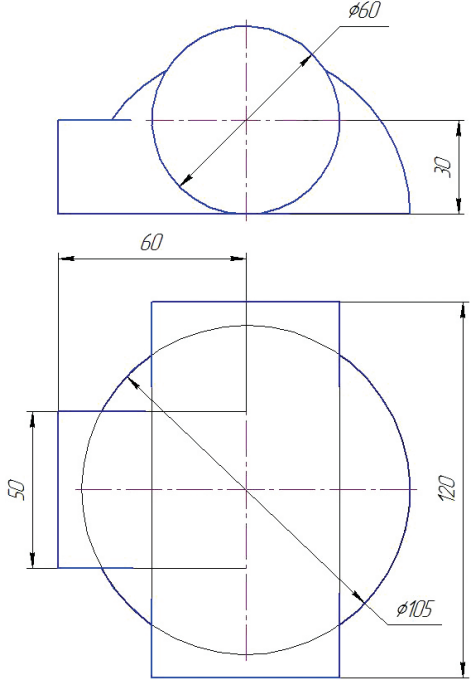
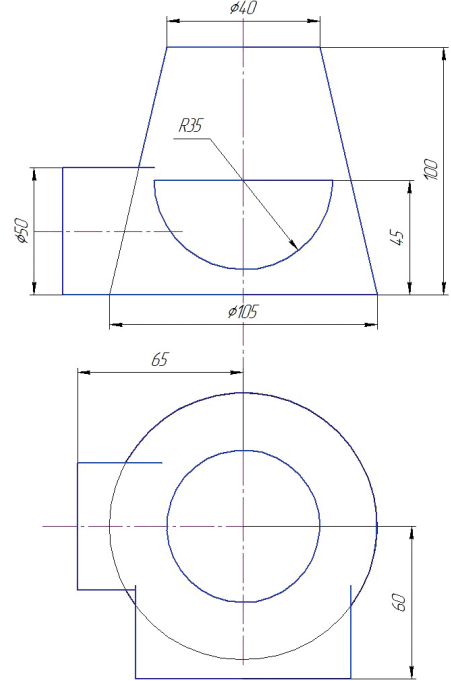
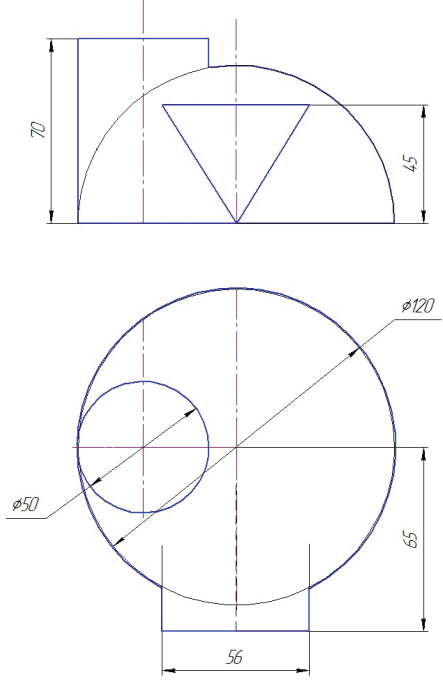
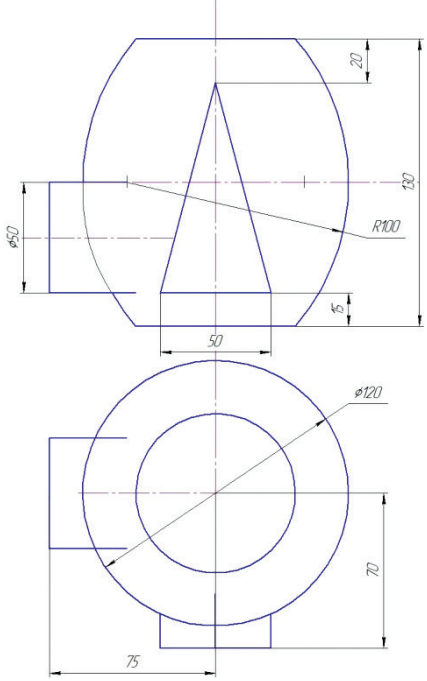


19

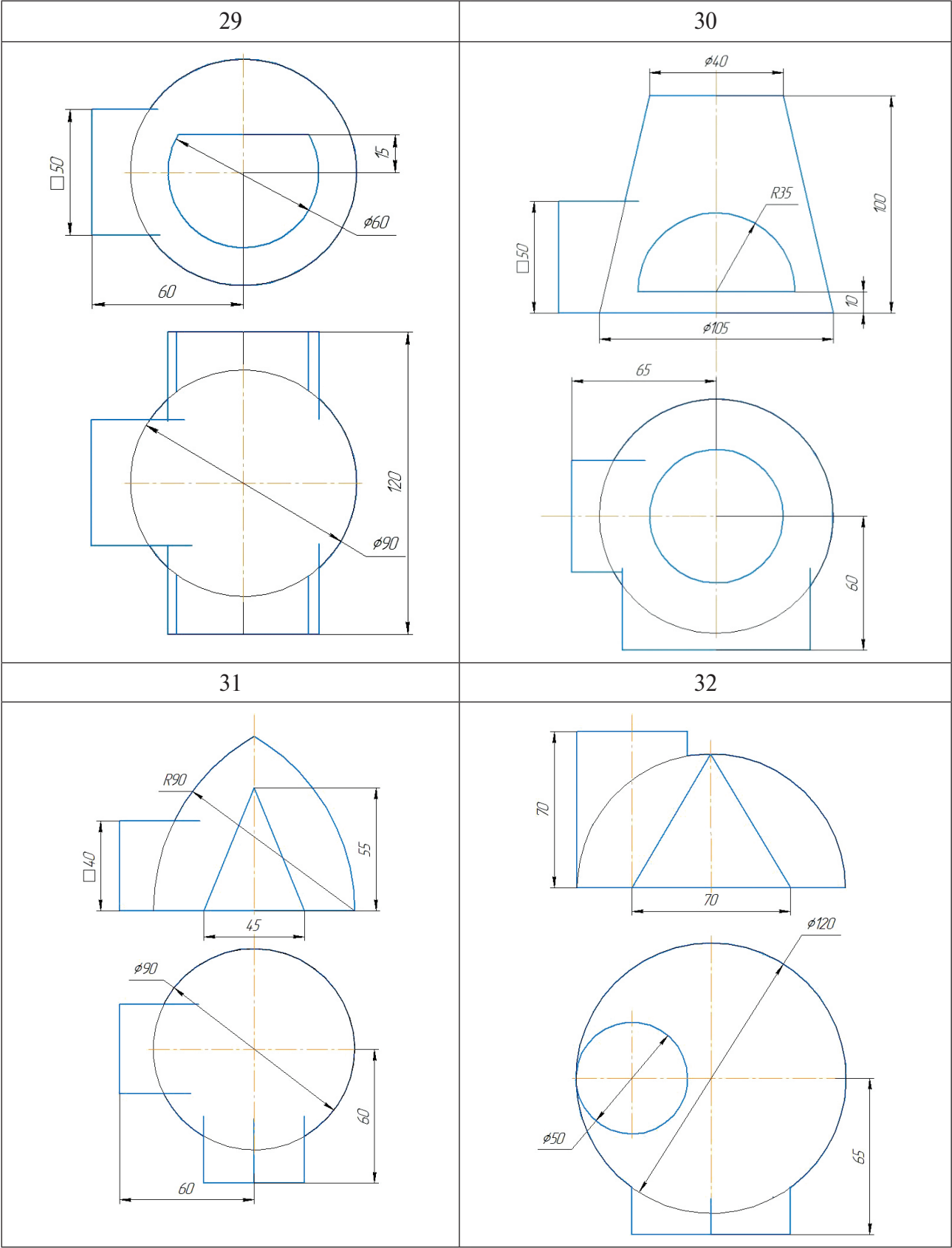


20

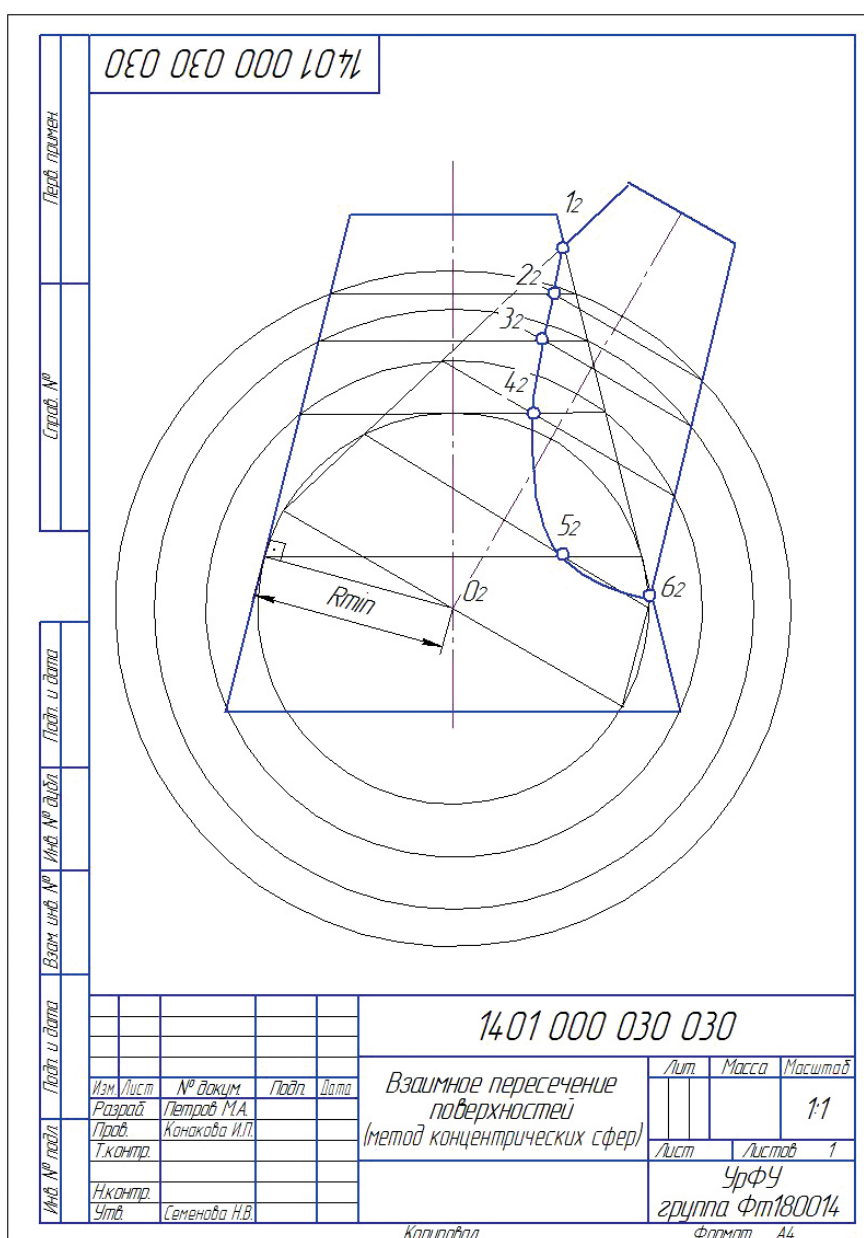


21	22
	
23	24
	

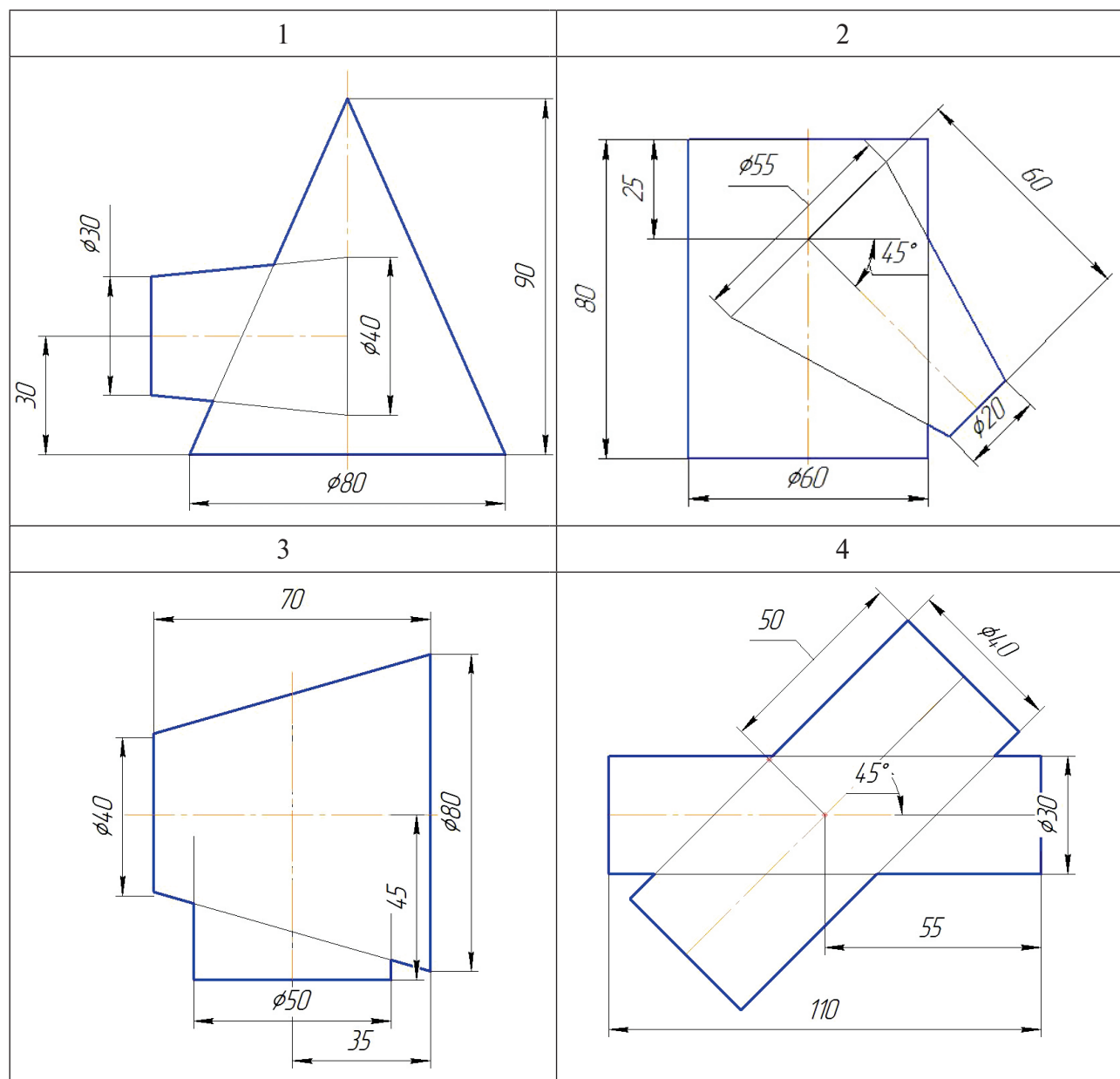
<p style="text-align: center;">25</p>	<p style="text-align: center;">26</p>
<p style="text-align: center;">27</p>	<p style="text-align: center;">28</p>

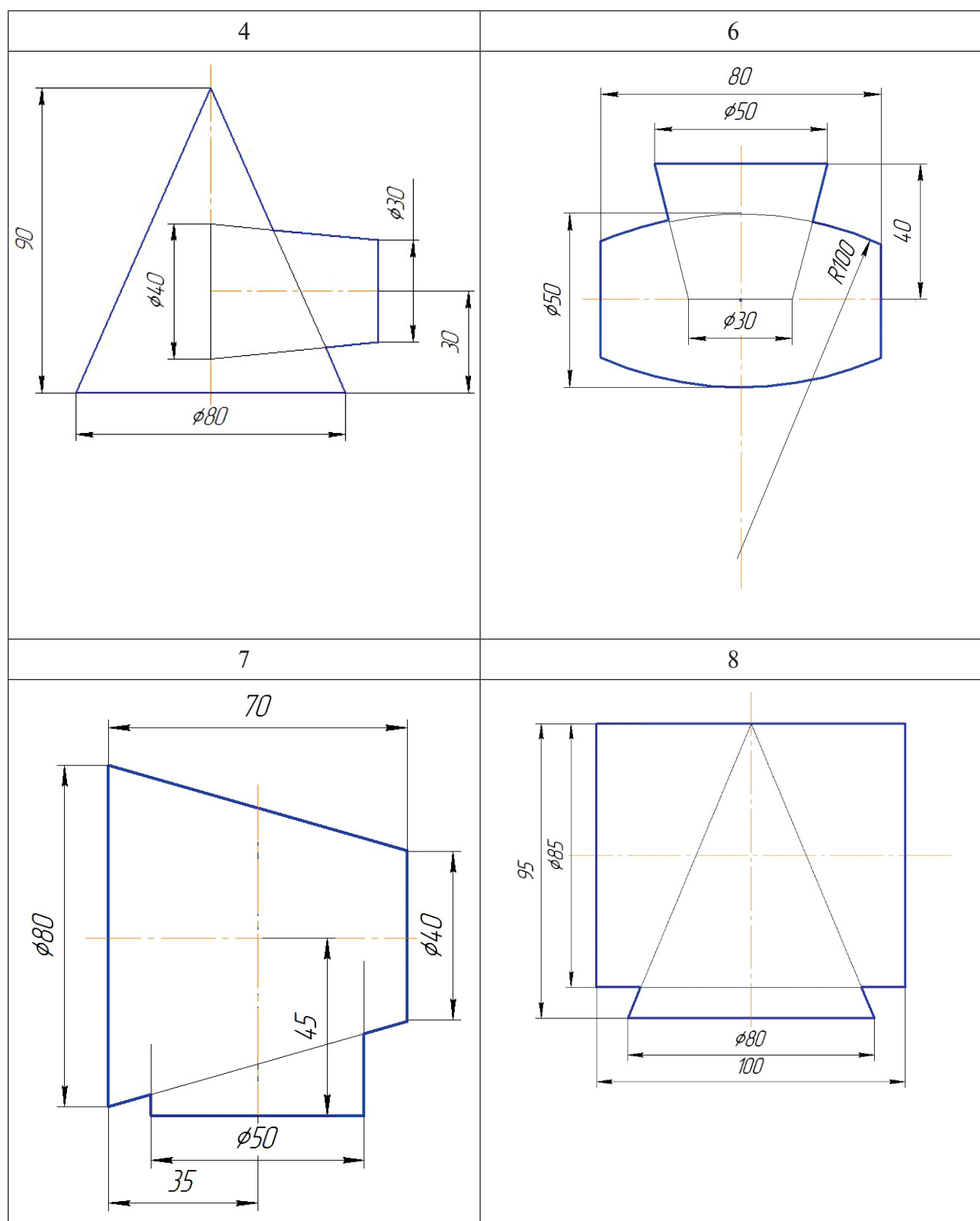


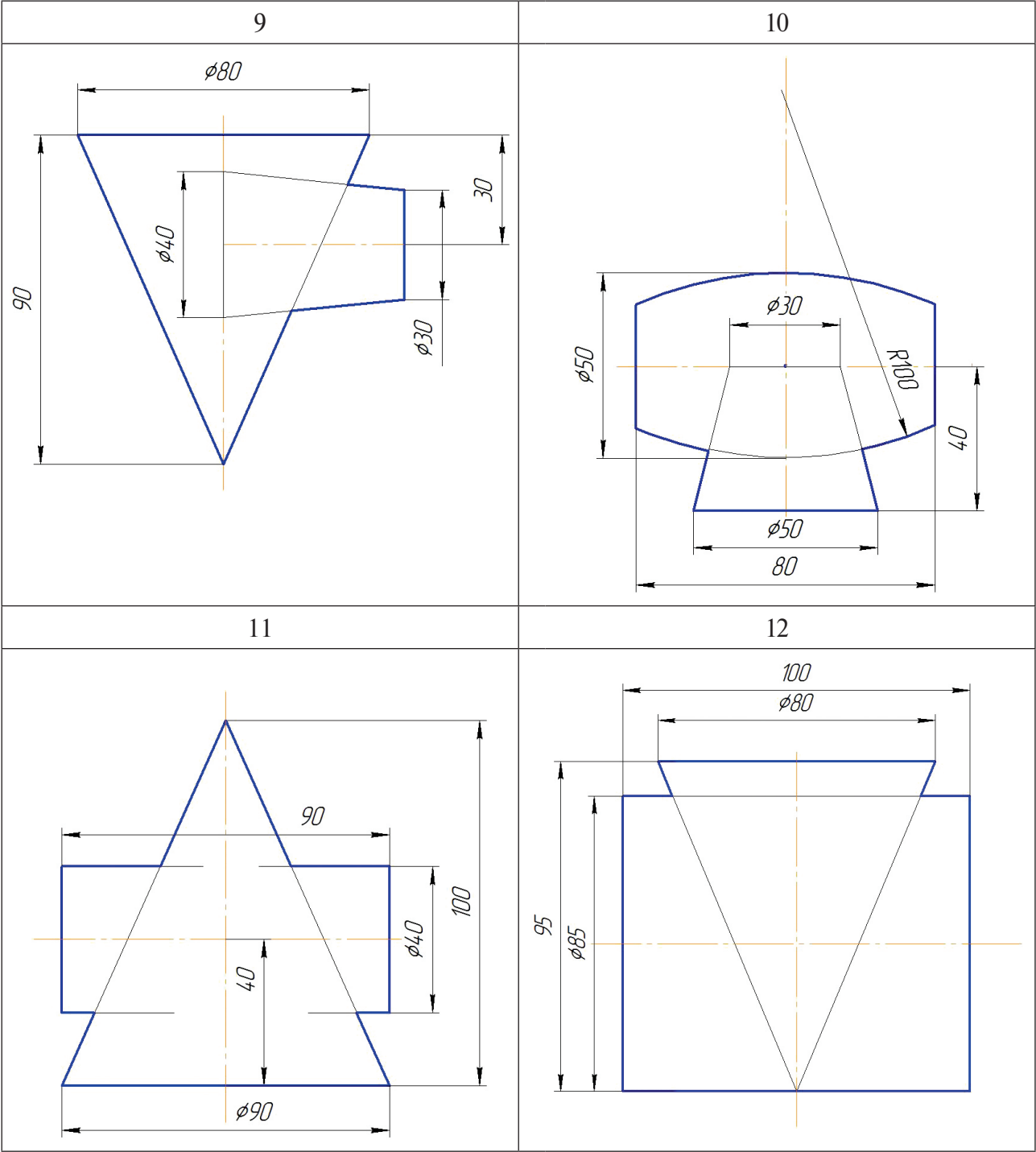
.....

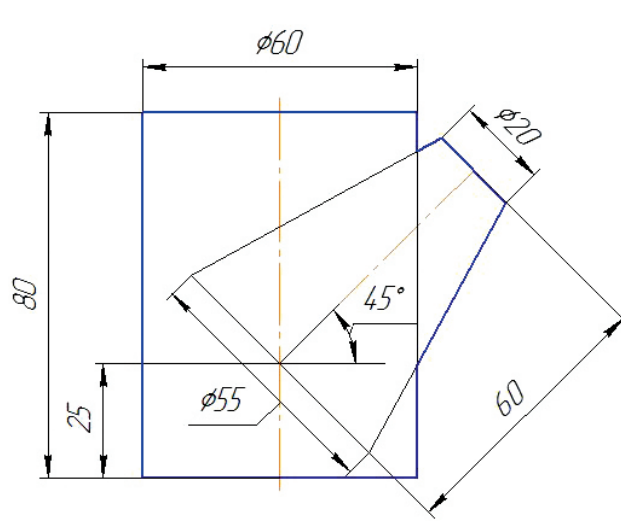
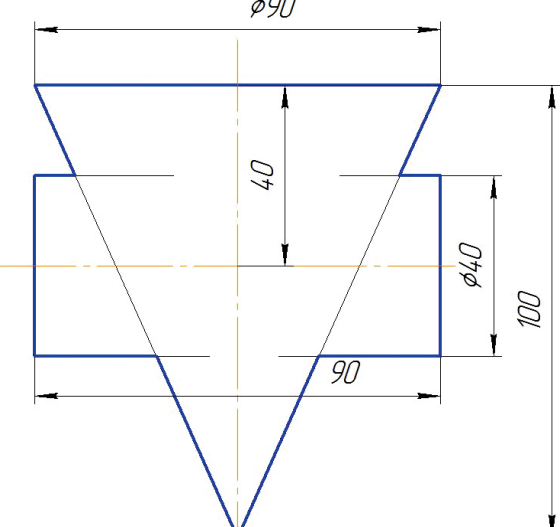
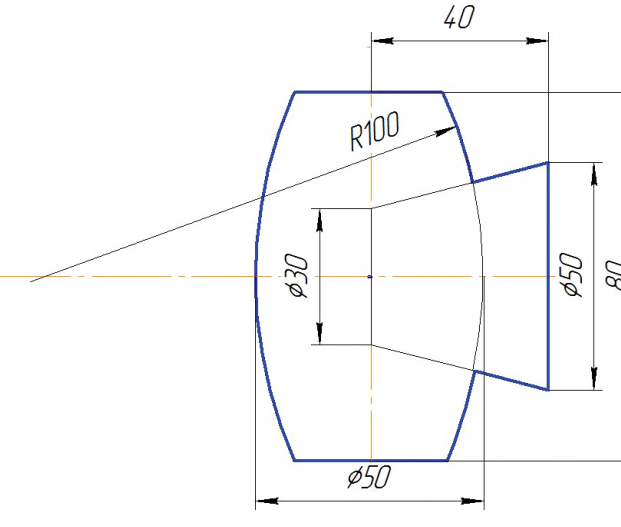
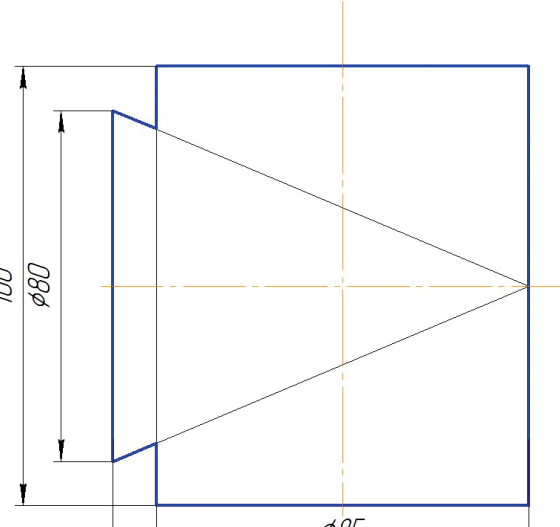


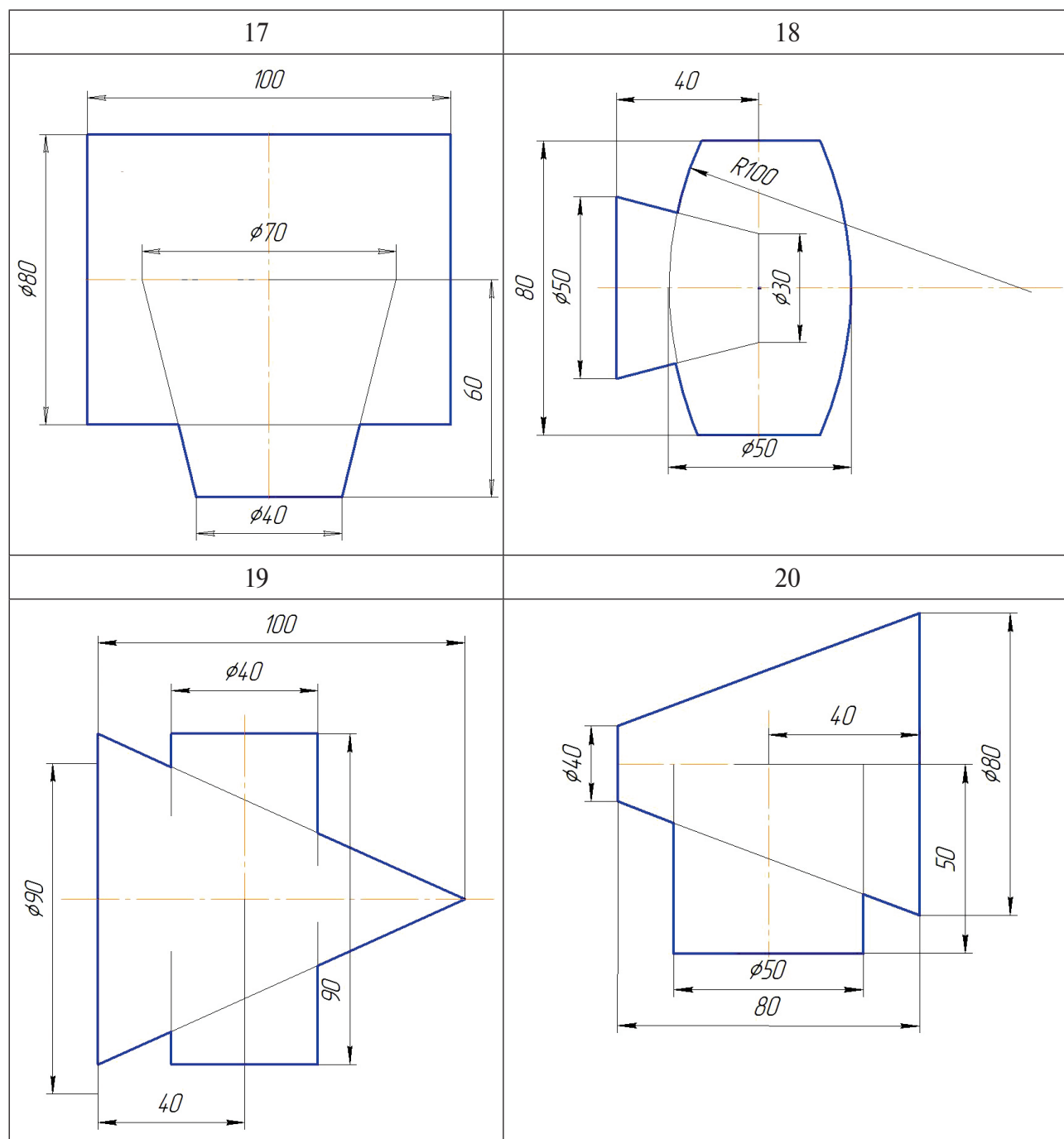
Варианты заданий на построение линии пересечения поверхностей методом концентрических сфер

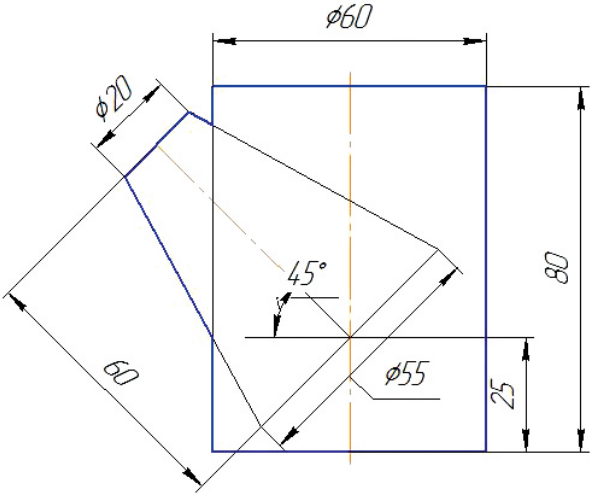
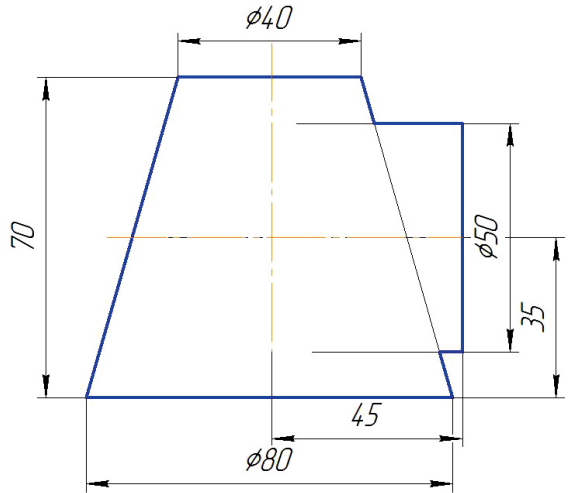
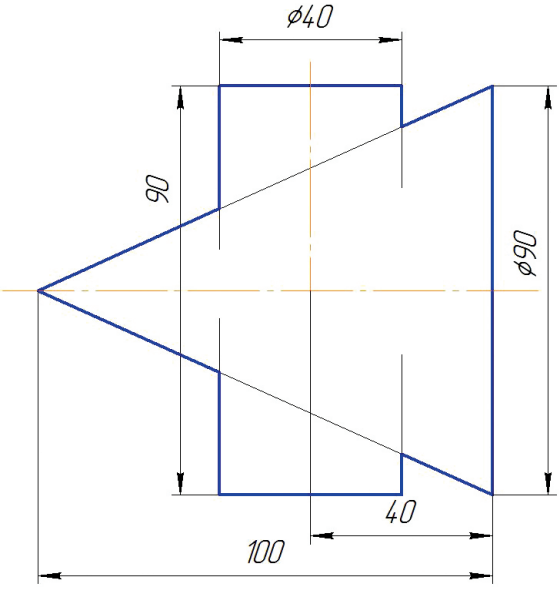
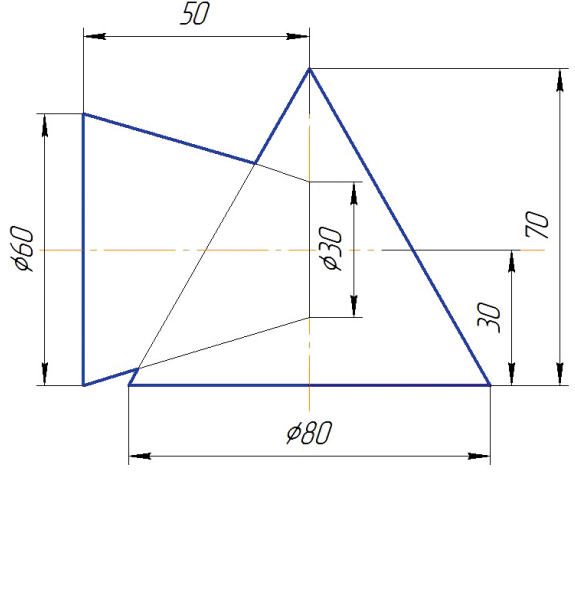


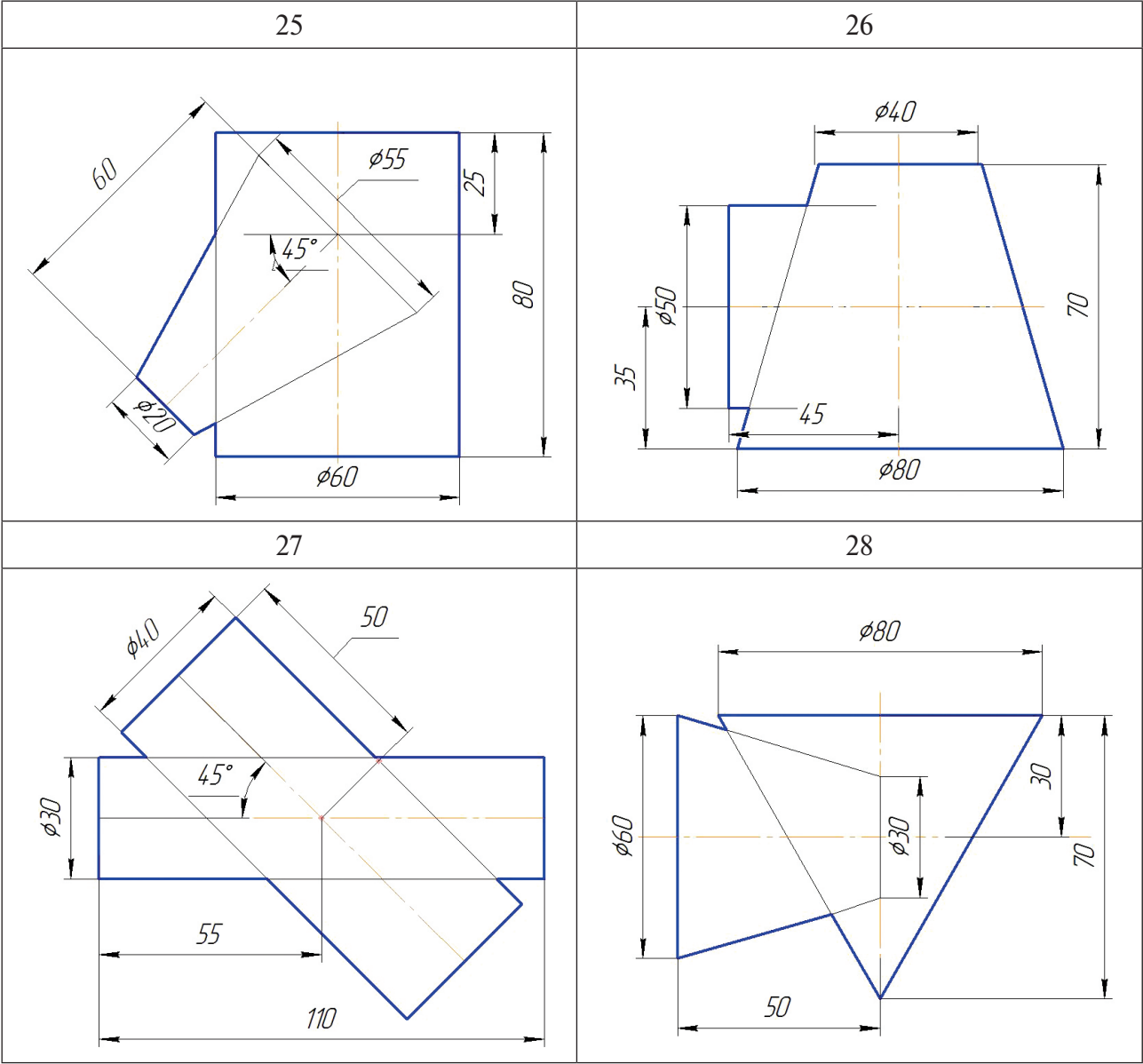


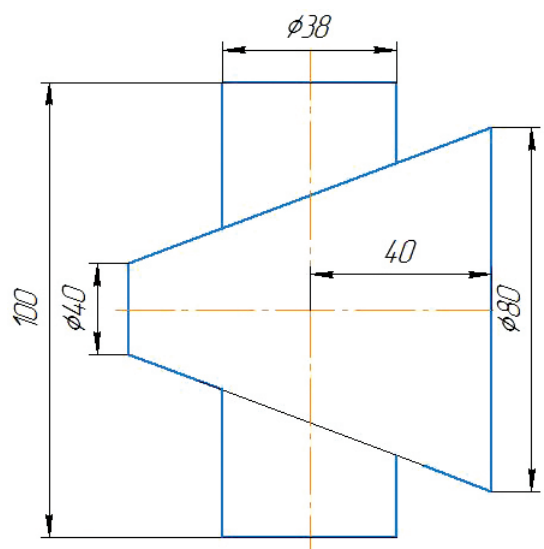
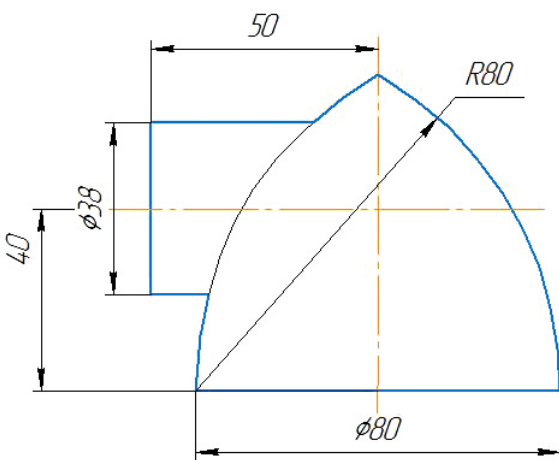
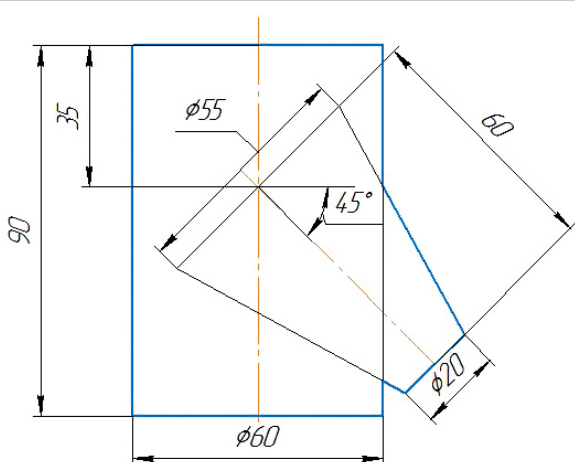
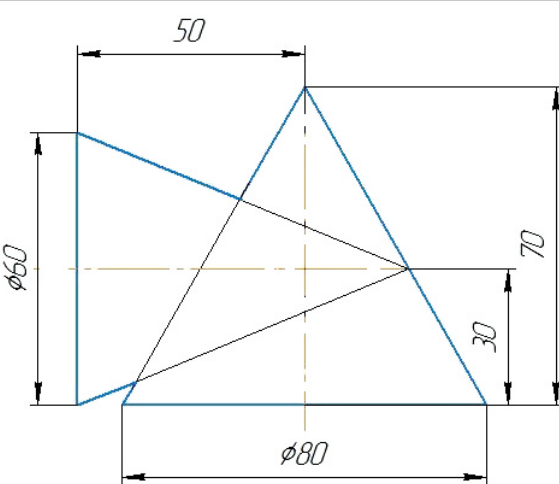


<p>13</p> 	<p>14</p> 
<p>15</p> 	<p>16</p> 



<p>21</p> 	<p>22</p> 
<p>23</p> 	<p>24</p> 



<p>29</p> 	<p>30</p> 
<p>31</p> 	<p>32</p> 

.....

1

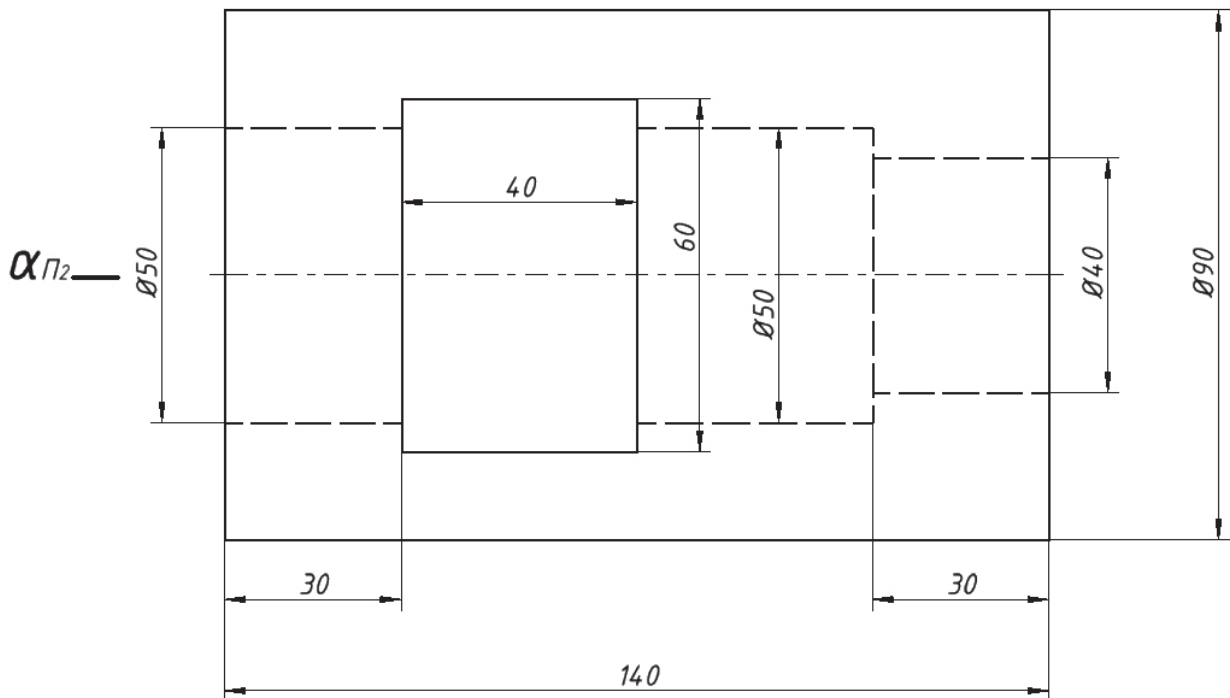
1. Построить три проекции цилиндра с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

два цилиндра $\varnothing 50$; цилиндр $\varnothing 40$.

Параллелепипед с основанием 40×60 , боковыми гранями ($\perp \Pi_2$) создает сквозной вырез в цилиндре.

2. На Π_1 построить сечение цилиндра плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



2

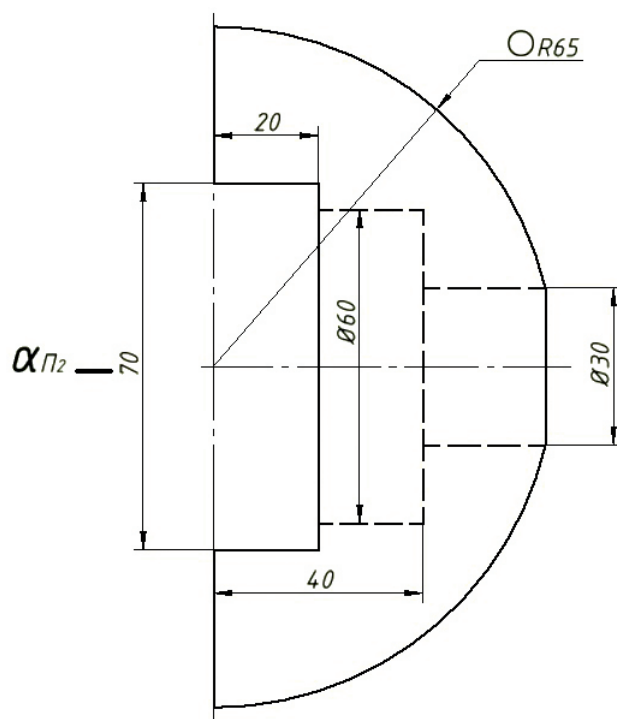
1. Построить три проекции полусферы с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 30$; цилиндр $\varnothing 60$.

Прорезь 20×70 .

2. На Π_1 построить сечение полусферы плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



3

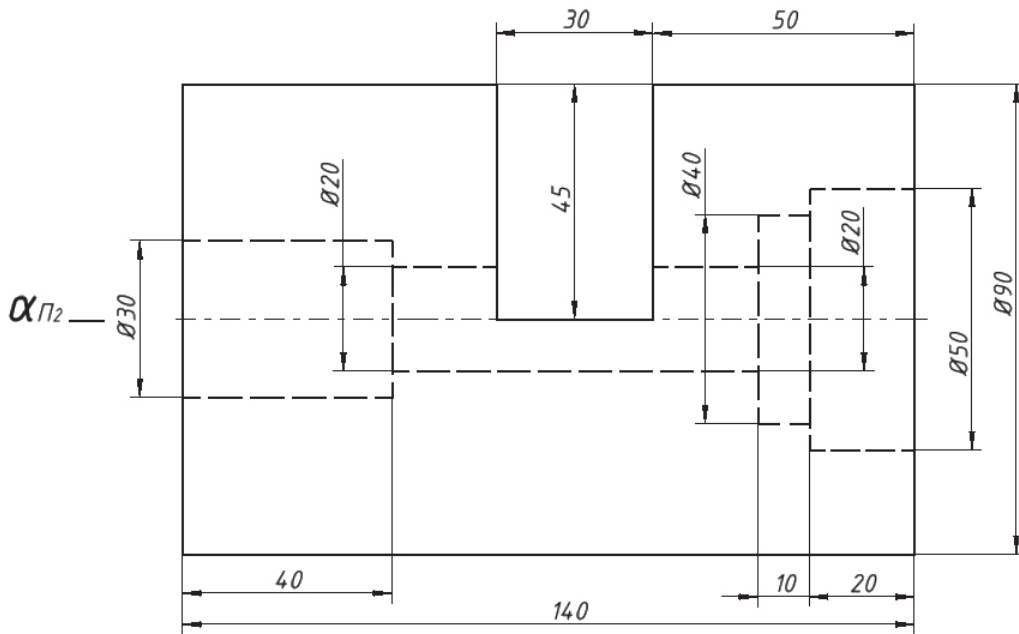
1. Построить три проекции цилиндра с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 30$; цилиндр $\varnothing 20$; цилиндр $\varnothing 50$.

Прорезь 45×30 .

2. На Π_1 построить сечение цилиндра плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



4

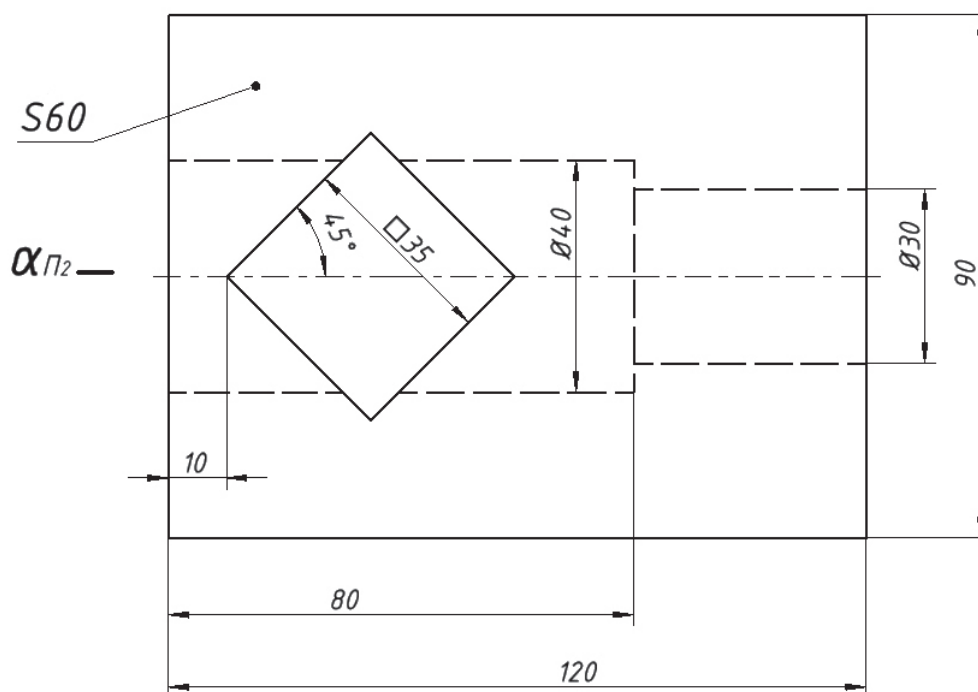
1. Построить три проекции параллелепипеда ($90 \times 120 \times 60$) с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 40$; цилиндр $\varnothing 30$.

Параллелепипед с квадратным основанием $\square 35$, боковыми гранями ($\perp \Pi_2$) создает сквозной вырез.

2. На Π_1 построить сечение плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



5

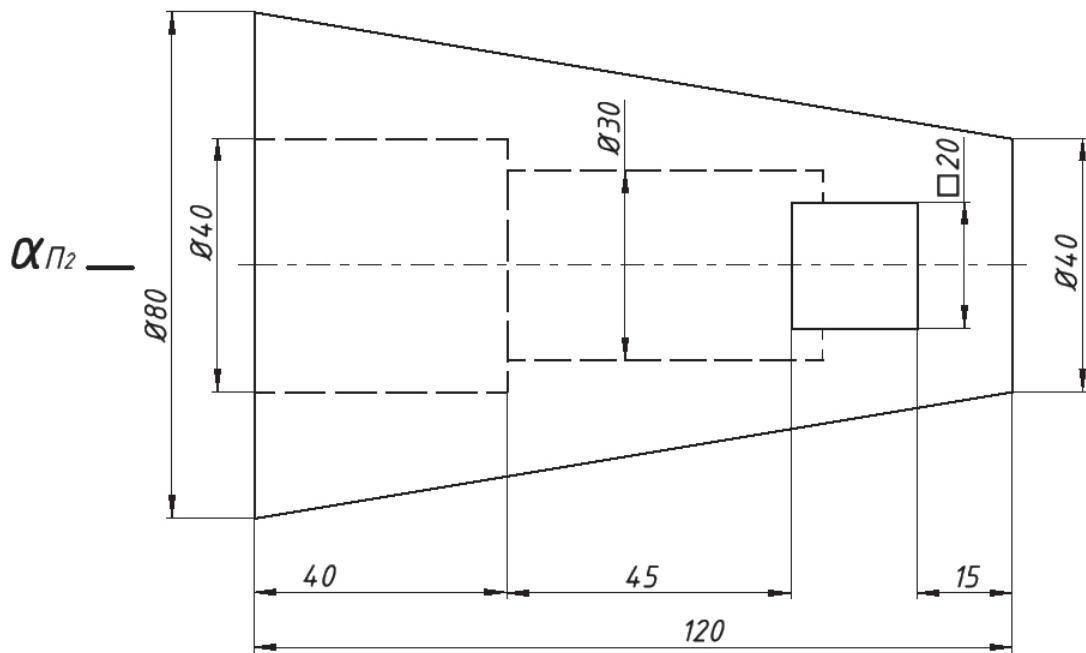
1. Построить три проекции усеченного конуса с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 40$; цилиндр $\varnothing 30$.

Параллелепипед с квадратным основанием $\square 20$, боковыми гранями ($\perp \Pi_2$) создает сквозной вырез в конусе.

2. На Π_1 построить сечение конуса плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



6

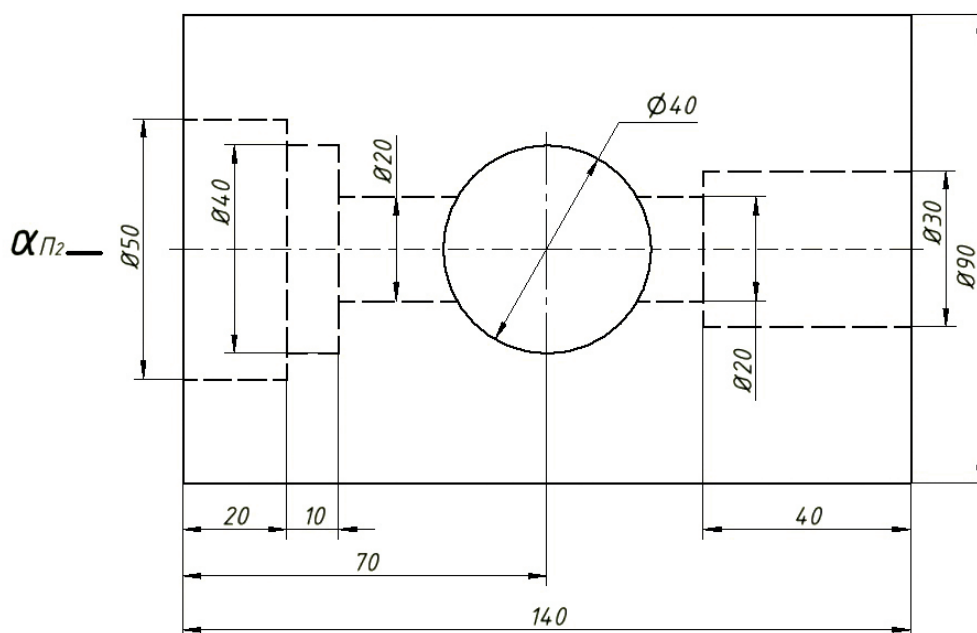
1. Построить три проекции цилиндра с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 50$; цилиндр $\varnothing 40$; цилиндр $\varnothing 20$; цилиндр $\varnothing 30$.

Цилиндр $\varnothing 40$ проецирующей поверхностью ($\perp \Pi_2$) создает сквозной вырез в цилиндре.

2. На Π_1 построить сечение цилиндра плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



7

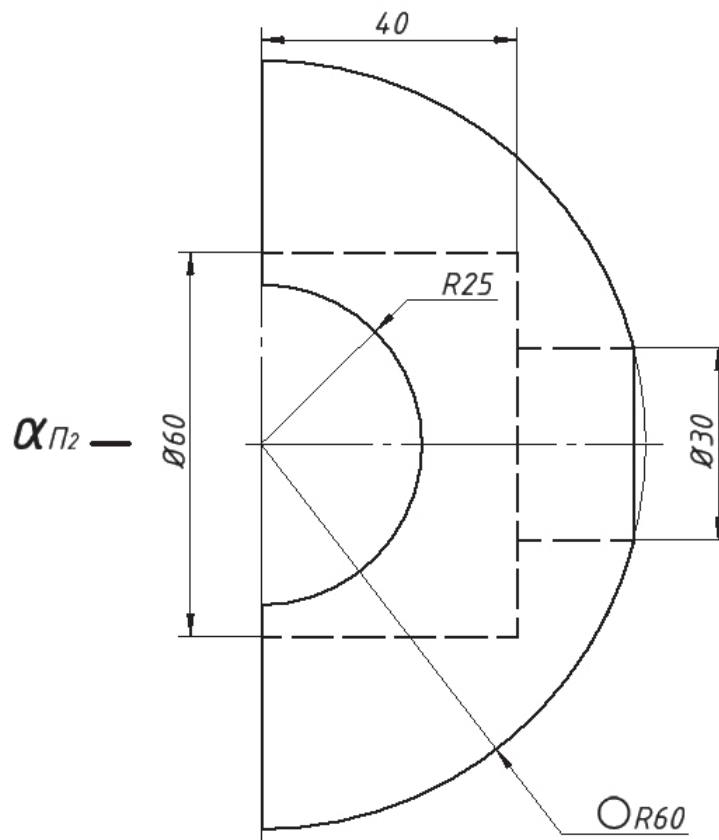
1. Построить три проекции полусферы с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 60$; цилиндр $\varnothing 30$.

Цилиндр $R25$ проецирующей боковой поверхностью ($\perp \Pi_2$) создает сквозной вырез в полусфере.

2. На Π_1 построить сечение полусферы плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



8

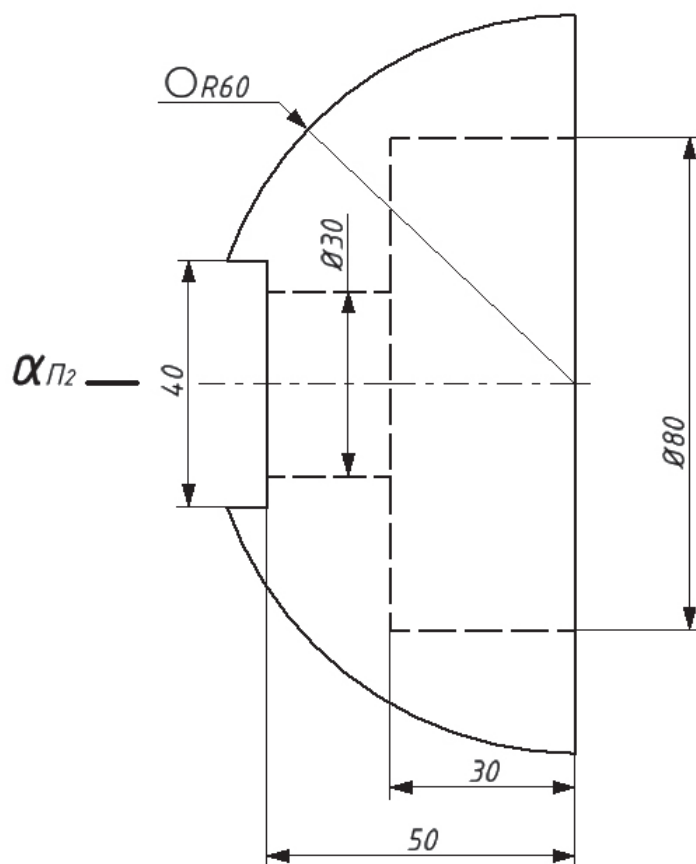
1. Построить три проекции полусферы с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 30$; цилиндр $\varnothing 80$.

Прорезь с шириной 40.

2. На Π_1 построить сечение полусферы плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



9

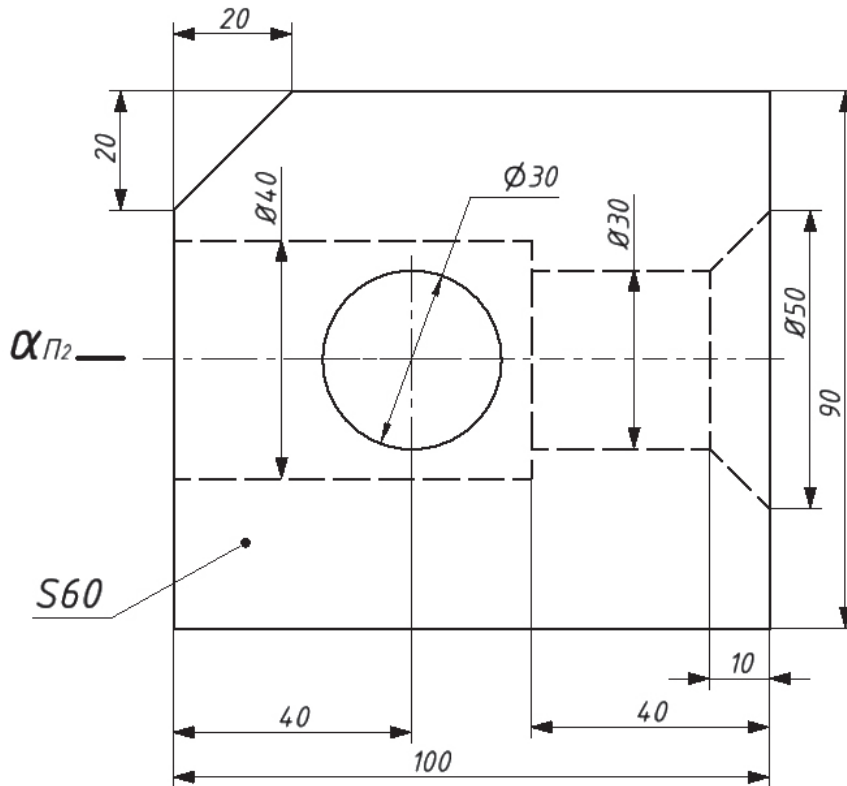
1. Построить три проекции параллелепипеда ($90 \times 100 \times 60$) с вырезами и фаской (20×20). Вырезы выполняют фигуры:

цилиндр $\varnothing 40$; цилиндр $\varnothing 30$; конус ($\varnothing 50$, $\varnothing 30$, 10).

Цилиндр $\varnothing 30$ ($\perp \Pi_2$) создает сквозной вырез.

2. На Π_1 построить сечение плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



10

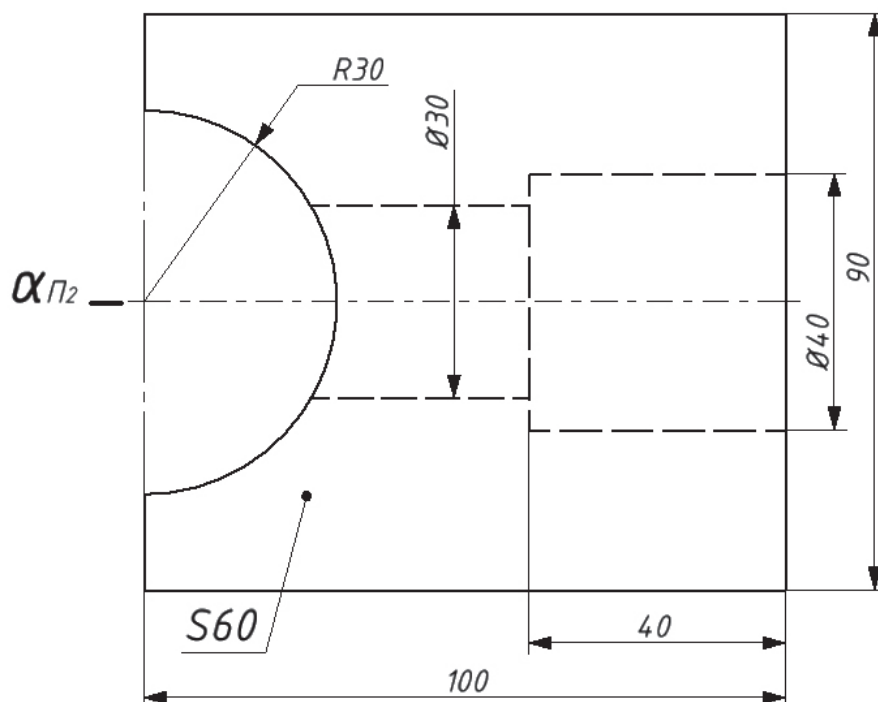
1. Построить три проекции параллелепипеда ($90 \times 100 \times 60$) с вырезами. Вырезы выполняют фигуры:

цилиндр $\varnothing 30$; цилиндр $\varnothing 40$.

Полуцилиндр $R30$, ось которого $\perp \Pi_2$, создает сквозной вырез в параллелепипеде.

2. На Π_1 построить сечение параллелепипеда плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



11

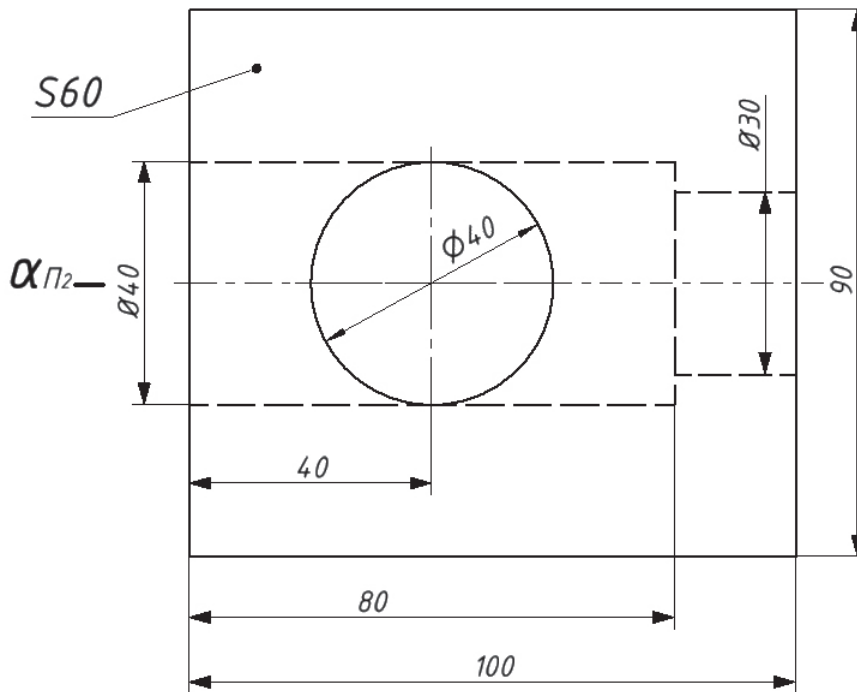
1. Построить три проекции параллелепипеда ($90 \times 100 \times 60$) с вырезами. Вырезы выполняют фигуры:

цилиндр $\varnothing 40$; цилиндр $\varnothing 30$.

Цилиндр $\varnothing 40$, ось которого $\perp \Pi_2$, создает сквозной вырез в параллелепипеде.

2. На Π_1 построить сечение плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



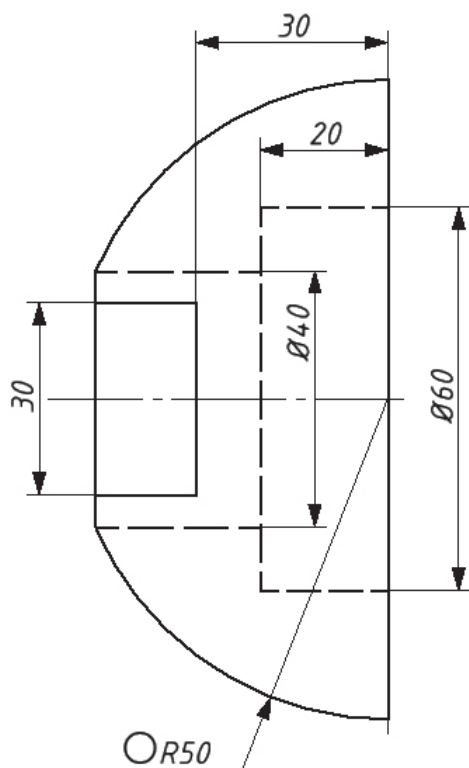
1. Построить три проекции полусферы с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 40$; цилиндр $\varnothing 60$.

Параллелепипед, проецирующие грани которого $\perp \Pi_2$, создает сквозной вырез в полусфере.

2. На Π_1 построить сечение полусферы плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



13

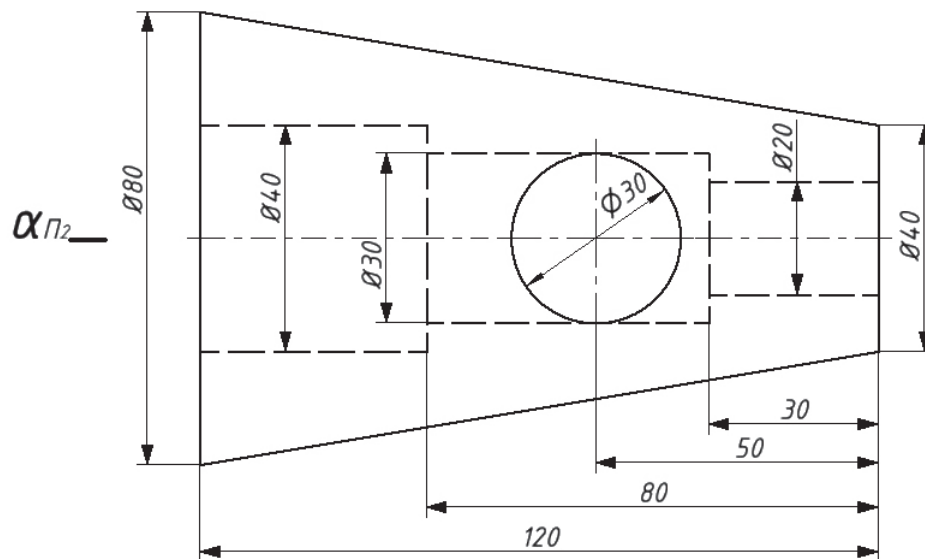
1. Построить три проекции усеченного конуса с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 40$; цилиндр $\varnothing 30$; цилиндр $\varnothing 20$.

Цилиндр $\varnothing 30$, ось которого $\perp \Pi_2$, создает сквозной вырез в конусе.

2. На Π_1 построить сечение конуса плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



14

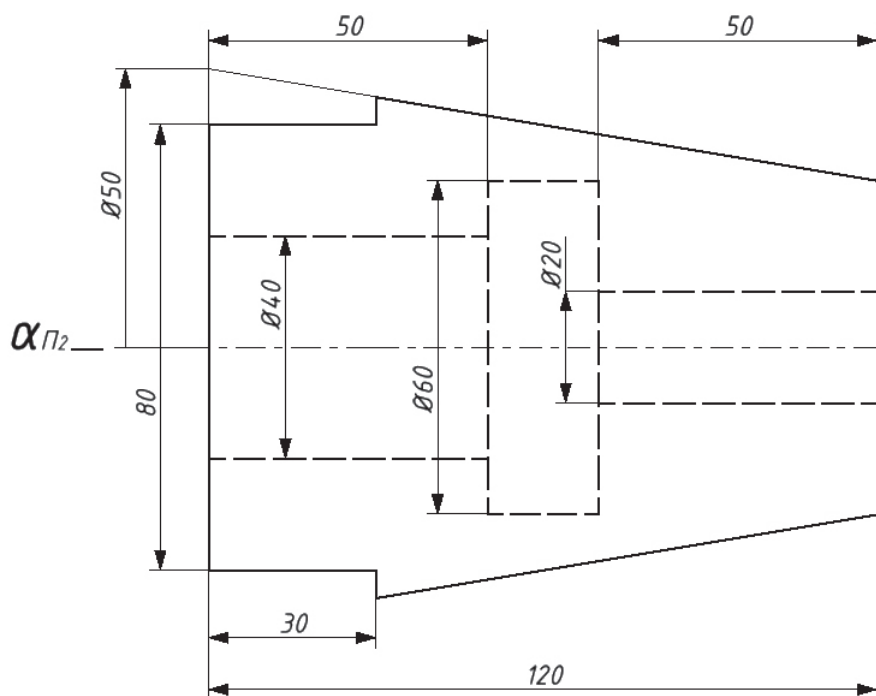
1. Построить три проекции усеченного конуса с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 40$; цилиндр $\varnothing 60$; цилиндр $\varnothing 20$.

Проецирующие плоскости $\perp \Pi_2$, расположенные на расстоянии 80, создают лыски на поверхности конуса.

2. На Π_1 построить сечение конуса плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



15

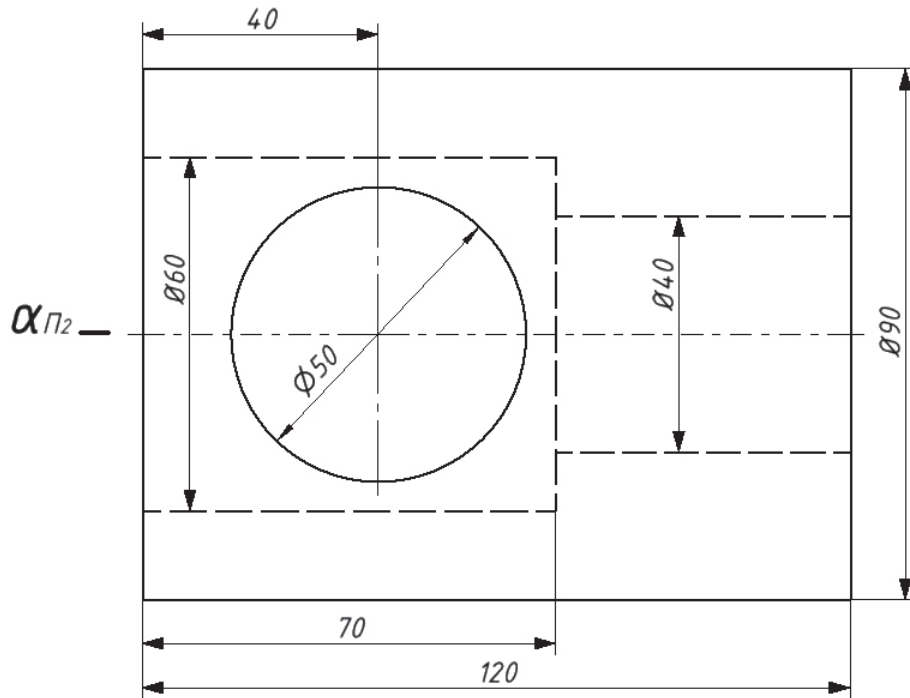
1. Построить три проекции цилиндра с вырезами. Вырезы выполняют по поверхности:

цилиндр $\varnothing 60$; цилиндр $\varnothing 40$.

Цилиндр $\varnothing 50$, ось которого $\perp \Pi_2$, создает сквозной вырез в цилиндре.

2. На Π_1 построить сечение цилиндра плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



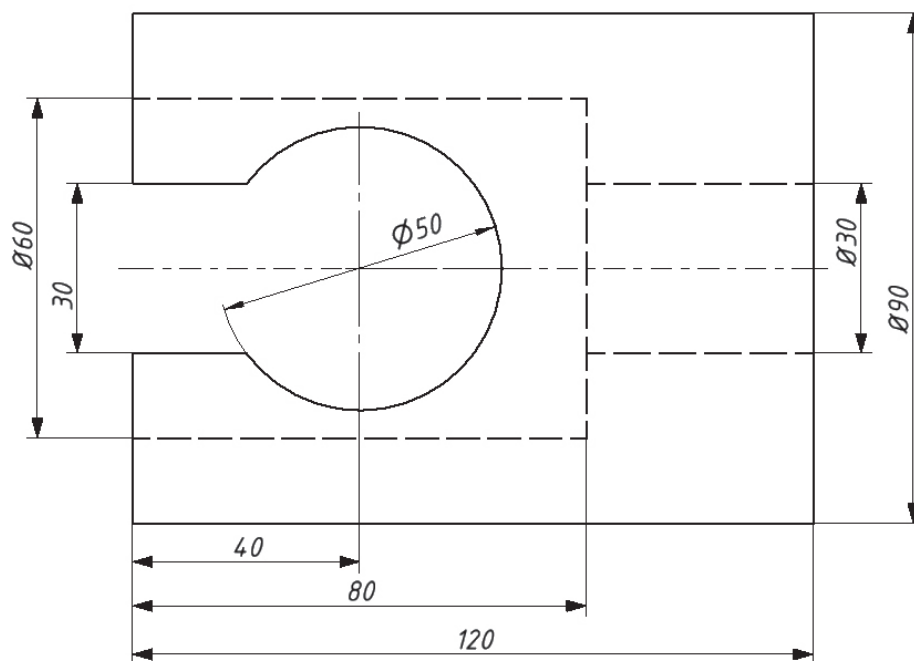
1. Построить три проекции цилиндра с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 50$; цилиндр $\varnothing 30$.

Прорезь шириной 30.

2. На Π_1 построить сечение цилиндра плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



17

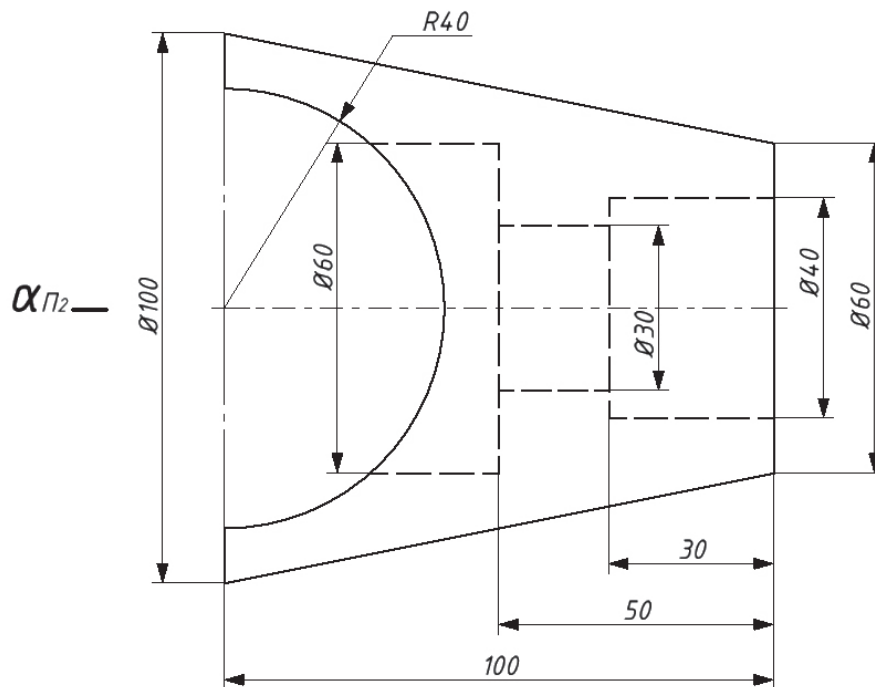
1. Построить три проекции усеченного конуса с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 60$; цилиндр $\varnothing 30$; цилиндр $\varnothing 40$.

Цилиндр $R40$, боковые поверхности которого ($\perp \Pi_2$) создают сквозной вырез в конусе.

2. На Π_1 построить сечение конуса плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



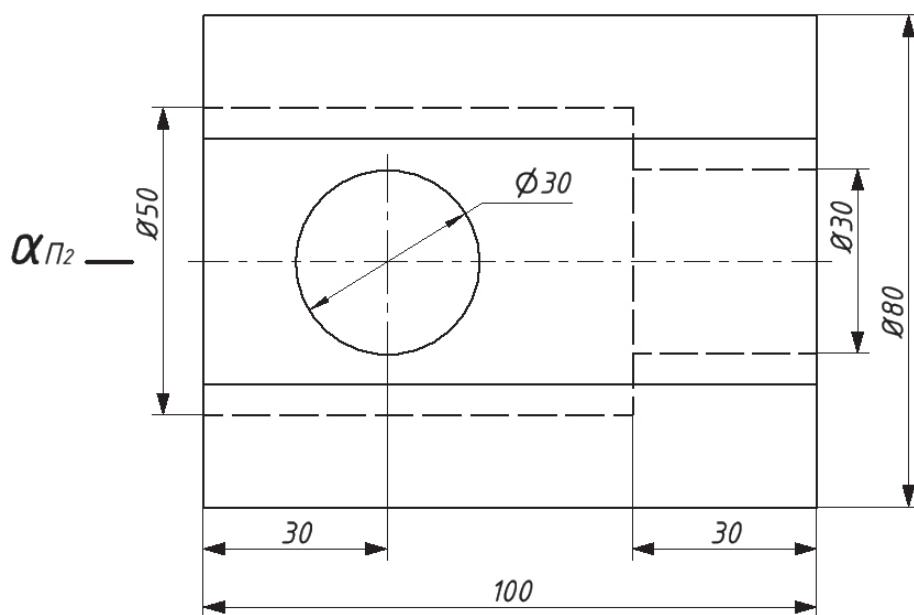
1. Построить три проекции правильной шестигранной призмы (шестиугольник вписывается в окружность $\varnothing 80$) с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 50$; цилиндр $\varnothing 30$.

Цилиндр $\varnothing 30$, ось которого $\perp \Pi_2$, создает сквозной вырез в призме.

2. На Π_1 построить сечение призмы плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



19

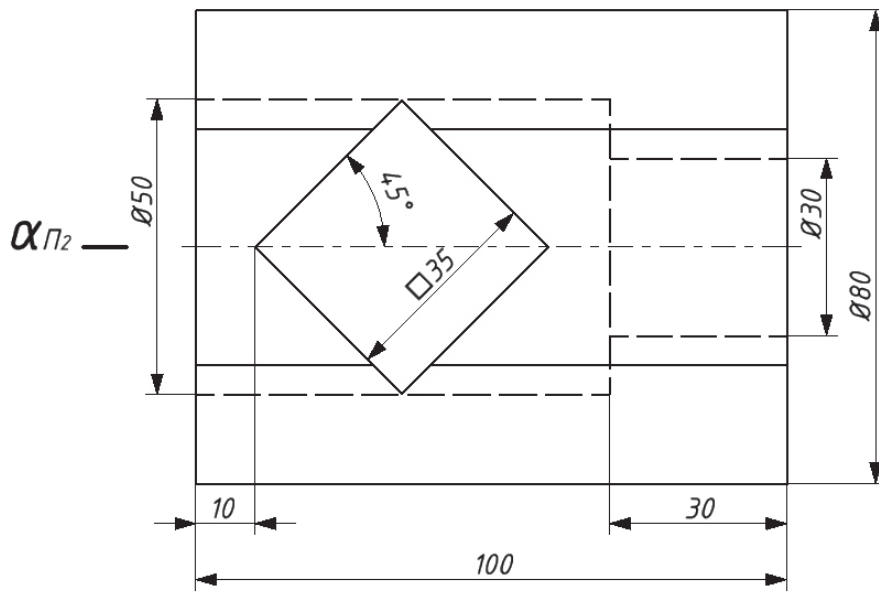
1. Построить три проекции правильной шестигранной призмы (шестиугольник вписывается в окружность $\varnothing 80$). Вырезы выполняют фигуры:

цилиндр $\varnothing 50$; цилиндр $\varnothing 30$.

Параллелепипед (основание $\square 35$), грани которого $\perp \Pi_2$ создают сквозной вырез в призме.

2. На Π_1 построить сечение призмы плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.

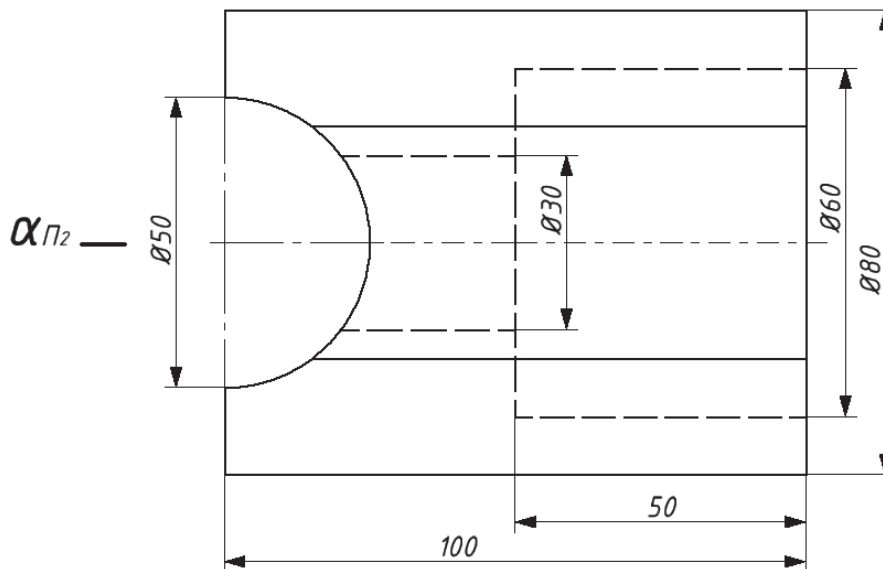


1. Построить три проекции правильной шестигранной призмы (шестиугольник вписывается в окружность $\varnothing 80$) с вырезами. Вырезы выполняют фигуры: цилиндр $\varnothing 30$; цилиндр $\varnothing 60$.

Цилиндр $\varnothing 50$, ось которого $\perp \Pi_2$ создает сквозной вырез в призме.

2. На Π_1 построить сечение призмы плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



21

1. Построить три проекции параллелепипеда ($90 \times 100 \times 60$) с вырезами. Вырезы выполняют фигуры:

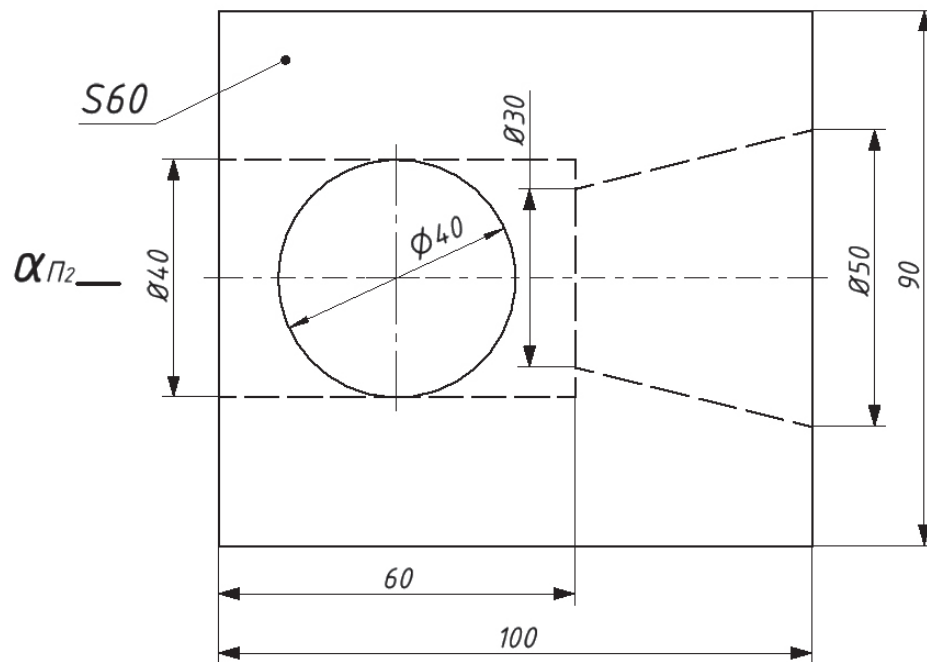
цилиндр $\varnothing 40$;

усеченный конус ($\varnothing 30$; $\varnothing 50$; 40).

Цилиндр $\varnothing 40$, ось которого $\perp \Pi_2$, создает сквозной вырез.

2. На Π_1 построить сечение плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



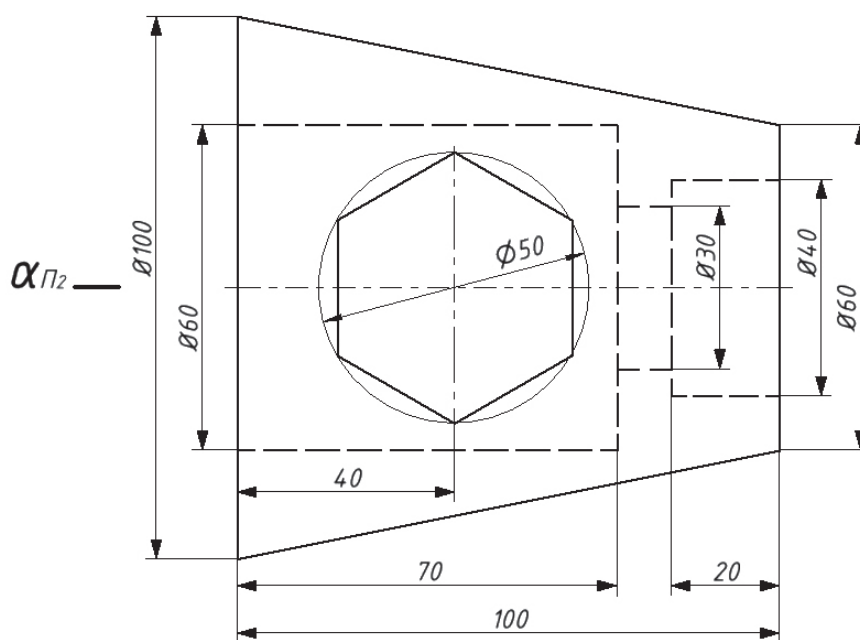
1. Построить три проекции усеченного конуса с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 60$; цилиндр $\varnothing 30$; цилиндр $\varnothing 40$.

Призма (основание призмы — шестиугольник, который вписывается в окружность $\varnothing 50$), ее грани $\perp \Pi_2$ создают сквозной вырез в конусе.

2. На Π_1 построить сечение конуса плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



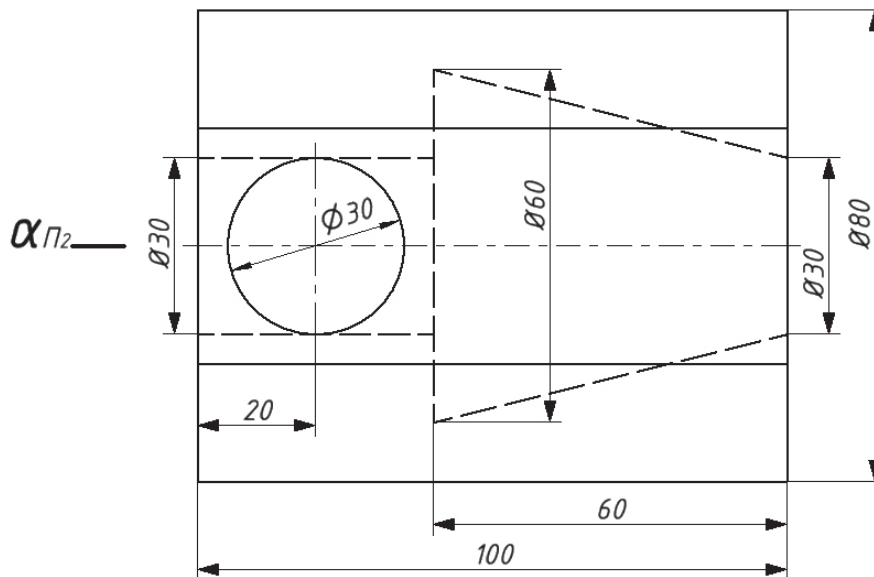
23

1. Построить три проекции правильной шестигранной призмы (шестиугольник вписывается в окружность $\varnothing 80$) с вырезами. Вырезы выполняют фигуры: цилиндр $\varnothing 30$; конус ($\varnothing 60$; $\varnothing 30$; 60).

Цилиндр $\varnothing 30$, ось которого $\perp \Pi_2$ создает сквозной вырез в призме.

2. На Π_1 построить сечение плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



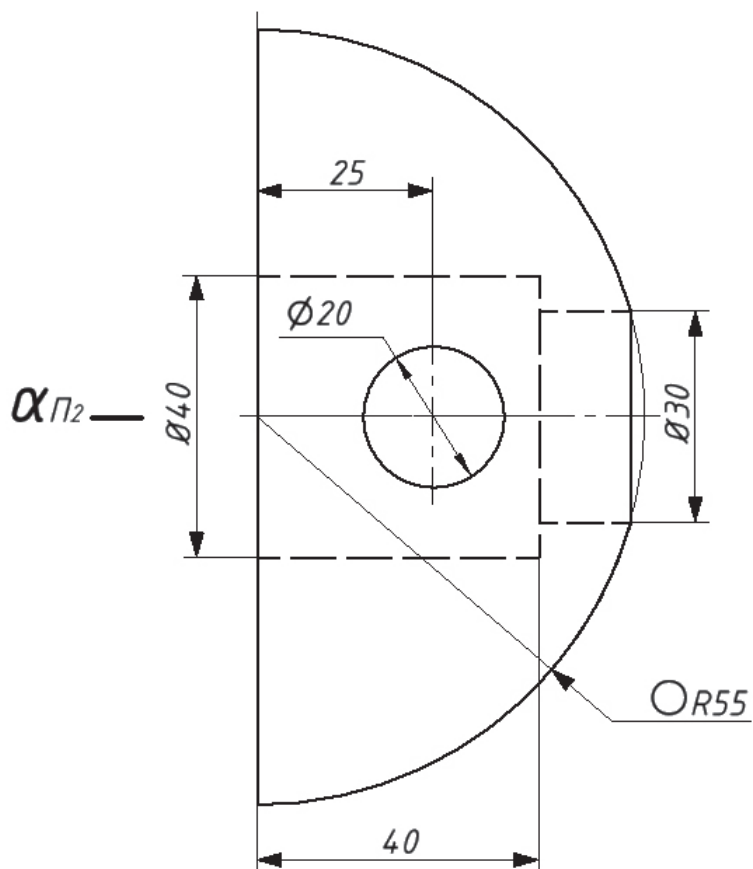
1. Построить три проекции полусферы с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 40$; цилиндр $\varnothing 30$.

Цилиндр $\varnothing 20$, ось которого $\perp \Pi_2$, создает сквозной вырез в полусфере.

2. На Π_1 построить сечение полусферы плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



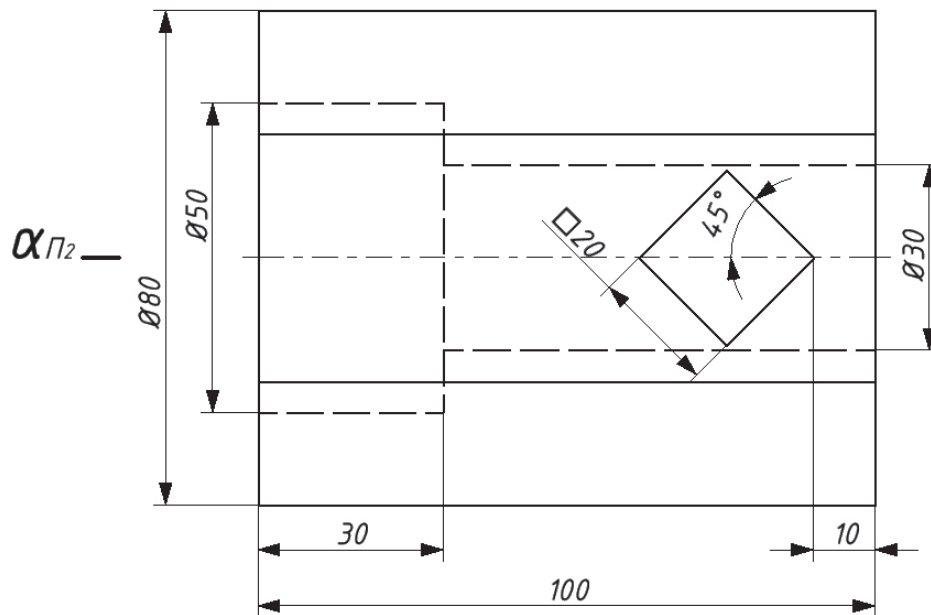
25

1. Построить три проекции правильной шестигранной призмы (шестиугольник вписывается в окружность $\varnothing 80$) с вырезами. Вырезы выполняют фигуры: цилиндр $\varnothing 50$; цилиндр $\varnothing 30$.

Параллелепипед с основанием $\square 20$, боковыми гранями, которые $\perp \Pi_2$ создают сквозной вырез в призме.

2. На Π_1 построить сечение плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.

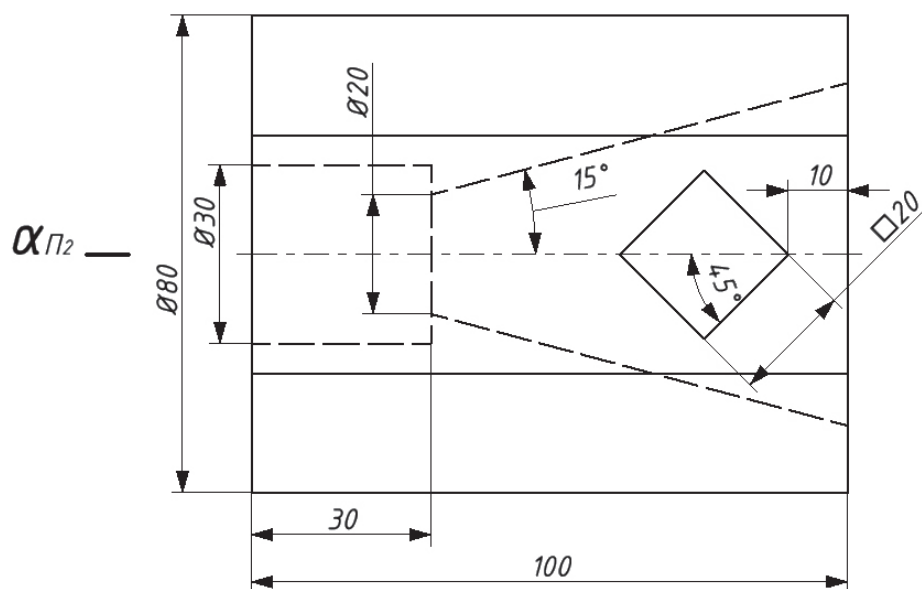


1. Построить три проекции правильной шестигранной призмы (шестиугольник вписывается в окружность $\varnothing 80$) с вырезами. Вырезы выполняют фигуры: цилиндр $\varnothing 30$; конус $\varnothing 20$.

Параллелепипед с основанием $\varnothing 20$, его боковые грани $\perp \Pi_2$ создают сквозной вырез в призме.

2. На Π_1 построить сечение плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



27

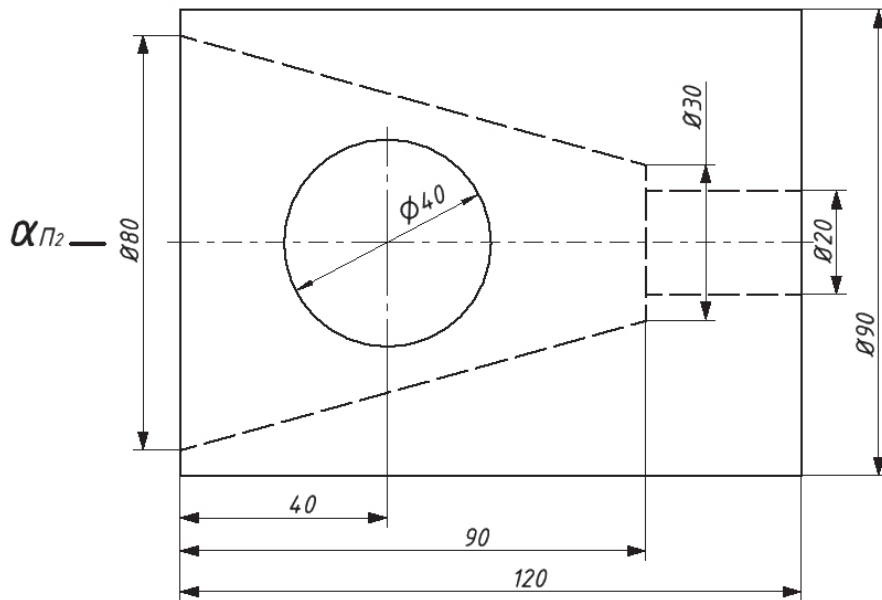
1. Построить три проекции цилиндра с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

конус ($\varnothing 80$; $\varnothing 30$; 90); цилиндр $\varnothing 20$.

Цилиндр $\varnothing 40$, его боковая поверхность ($\perp \Pi_2$) создает сквозной вырез в цилиндре.

2. На Π_1 построить сечение цилиндра плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



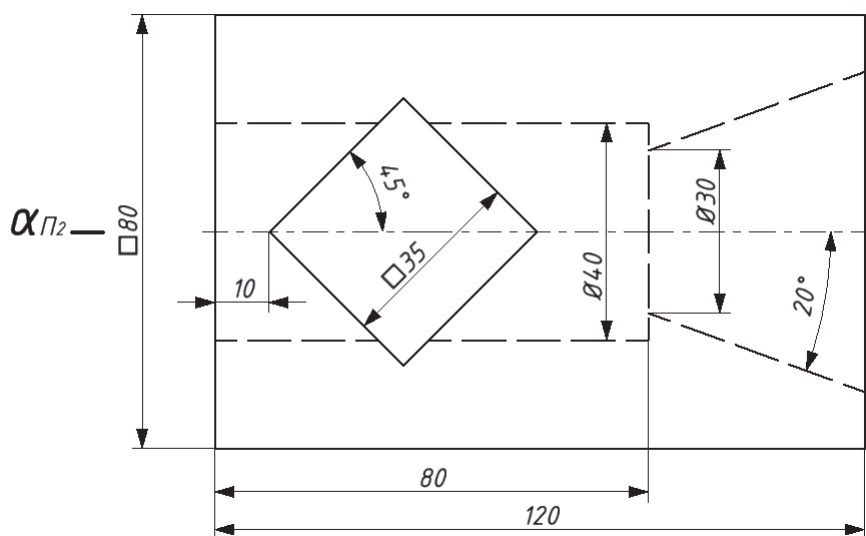
1. Построить три проекции параллелепипеда ($\square 80; 120$) с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 40 \times 80$; усеченный конус ($\varnothing 30$, угол 20°).

Параллелепипед (основание $\square 35$), ось которого $\perp \Pi_2$, создает сквозной вырез.

2. На Π_1 построить сечение плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



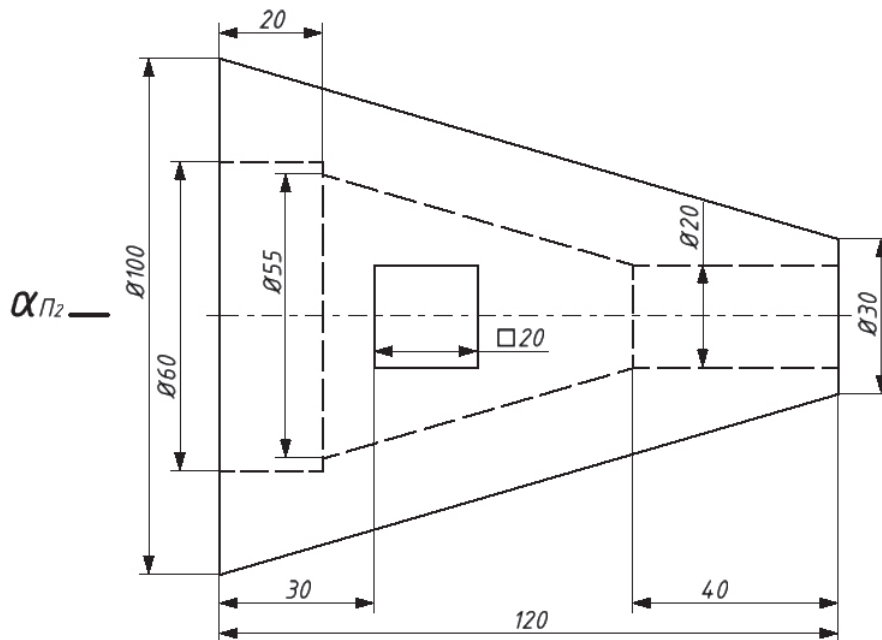
1. Построить три проекции усеченного конуса с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

цилиндр $\varnothing 60 \times 20$; конус ($\varnothing 55$; $\varnothing 20$; 50); цилиндр ($\varnothing 20 \times 40$).

Параллелепипед (основание $\square 20$), его грани $\perp \Pi_2$, создают сквозной вырез.

2. На Π_1 построить сечение конуса плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



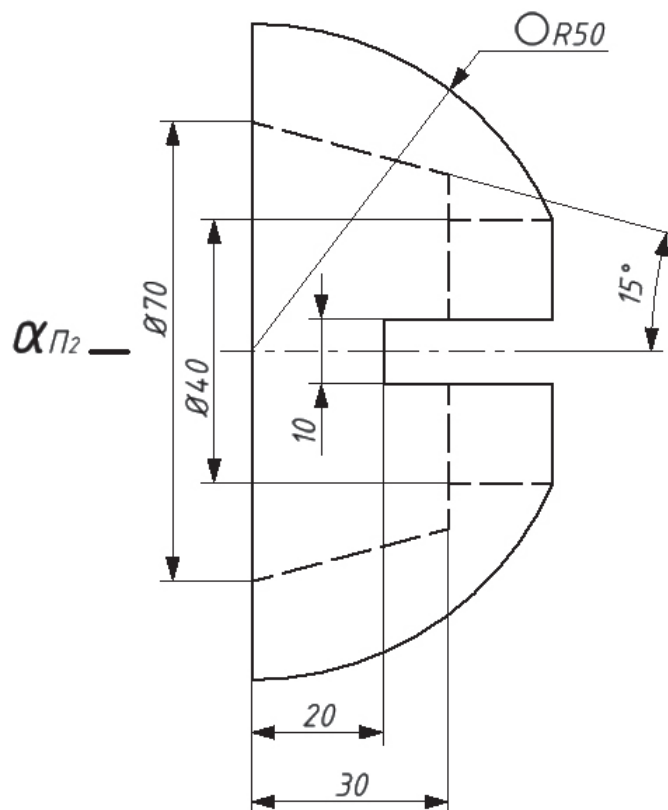
30

1. Построить три проекции полусферы с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:

конус ($\varnothing 70$; угол 15° ; 30); цилиндр $\varnothing 40$; сквозная прорезь шириной 10 .

2. На Π_7 построить сечение полусферы плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



31

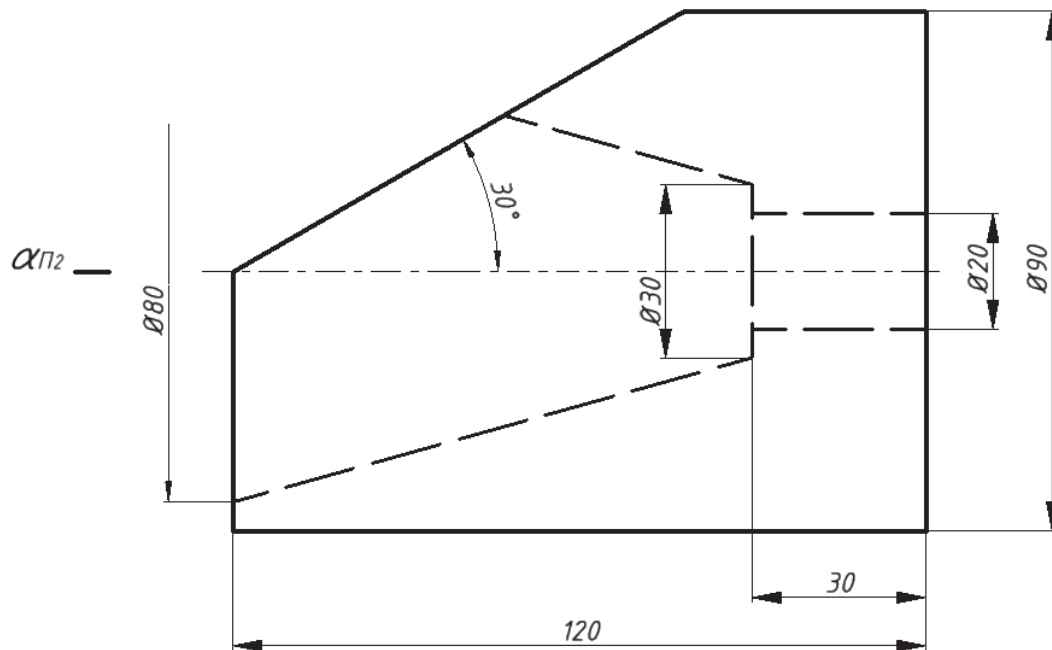
1. Построить три проекции цилиндра с вырезами. Вырез выполняют поверхности:

конус ($\varnothing 80$; $\varnothing 30$; 90); цилиндр $\varnothing 20 \times 30$.

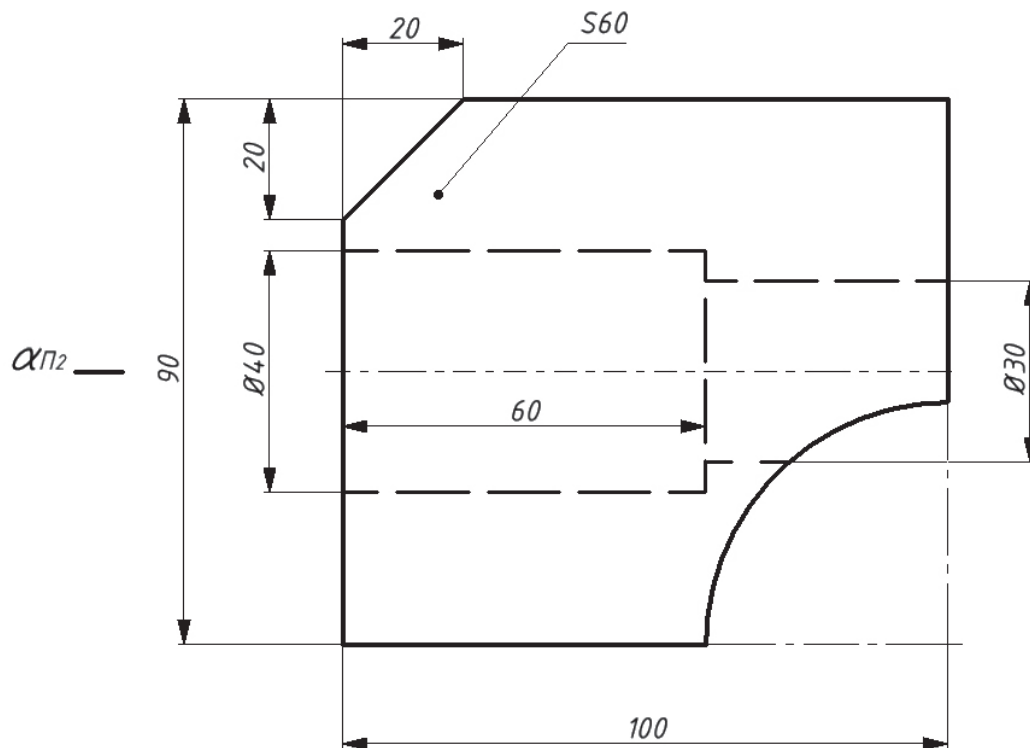
Часть поверхности цилиндра отсечена фронтально-проецирующей плоскостью, расположенной под углом 30° .

2. На Π_1 построить сечение цилиндра плоскостью α . Заштриховать рассеченные участки сечения.

3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



1. Построить три проекции параллелепипеда ($90 \times 100 \times 60$) с вырезами. Вырезы выполняют поверхности:
цилиндр ($\varnothing 40$; 60); цилиндр ($\varnothing 30$; 40); фаска 20×20 .
2. На Π_1 построить сечение параллелепипеда плоскостью α . Заштриховать рас-
сеченные участки сечения.
3. Построить характерные точки контуров вырезов в трех проекциях.



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Гордон В. О. Курс начертательной геометрии : учебник / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский. Москва : Наука, 1988. 375 с.

Гордон В. О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии / В. О. Гордон, Ю. Б. Иванов, Т. Е. Солнцева. Москва : Наука, 1975. 320 с.

Королев Ю. И. Начертательная геометрия : учебник для вузов / И. Ю. Королев. Санкт-Петербург : Питер, 2007. 252 с.

Локтев О. В. Краткий курс начертательной геометрии : учебник для вузов / О. В. Локтев. 4-е изд. Москва : Высшая школа, 1999. 104 с.

Начертательная геометрия : учебник для вузов / Н. Н. Крылов, Г. С. Иконникова, В. И. Николаев, В. Е. Васильев ; под ред. Н. Н. Крылова. 7-е изд., перераб. и доп. Москва : Высшая школа, 2001. 224 с.

Фролов С. А. Начертательная геометрия : учебник / С. А. Фролов. Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2013. 285 с.

Фролов С. А. Начертательная геометрия : учебное пособие для студентов машиностроительных и приборостроительных специальностей вузов / С. А. Фролов. Москва : ИНФРА-М, 2013. 172 с.

Чекмарев А. А. Начертательная геометрия и черчение : учебник для бакалавров / А. А. Чекмарев. Москва : Юрайт, 2013. 471 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ОБОЗНАЧЕНИЯ В ТЕКСТАХ, ЧЕРТЕЖАХ.....	4
ВИДЫ ПРОЕКЦИРОВАНИЯ.....	7
Центральное проектирование	7
Параллельное проектирование.....	9
Ортогональное проектирование	12
ТОЧКА	14
Координаты точки. Комплексный чертеж точки.....	14
ПРЯМАЯ	16
Прямые уровня	16
Проецирующие и конкурирующие прямые	18
Следы прямой	19
Метод прямоугольного треугольника	20
Пример применения метода прямоугольного треугольника	21
ПЛОСКОСТЬ.....	23
Способы задания плоскости	23
Следы плоскости.....	24
Плоскости общего и частного положения.....	25
Проецирующие плоскости	25
Плоскости уровня.....	27
ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ.....	29
Принадлежность точки прямой линии.....	29
Принадлежность точки плоскости.....	29
Условие перпендикулярности прямых линий.....	30
Условие перпендикулярности прямой линии и плоскости	30
Условие параллельности прямой линии и плоскости.....	31
Главные линии плоскости	31
Примеры решения задач по темам: «Точка», «Прямая», «Плоскость», «Взаимное положение геометрических объектов»	32
СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.....	42
Перемена (замена) плоскостей проекций	42
Плоскопараллельное перемещение	43
Вращение вокруг прямых перпендикулярных плоскостям проекций	43
ПОВЕРХНОСТИ	45
Многогранные поверхности.....	46
Кривые поверхности	47
Поверхности вращения	48
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТОЧЕК НА ПОВЕРХНОСТИ.....	50
Проекции точек на поверхностях призмы и цилиндра.....	50

Проекции точек на поверхности конуса.....	51
Проекции точек на поверхности сферы	51
СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ	53
Определение натуральной величины сечения.....	54
Пример построения сечения поверхности плоскостью и определения его натуральной величины	55
Построение проекций тела с вырезами	58
ПОВЕРХНОСТИ	61
Пересечение поверхности прямой линией.....	61
Метод вспомогательных секущих плоскостей.....	62
Пример построения линии пересечения конуса и цилиндра методом вспомогательных секущих плоскостей	62
Пример построения проекций линий пересечения трех поверхностей методом секущих плоскостей	66
Частные случаи пересечения поверхностей. Теорема Монжа	69
Метод вспомогательных концентрических сфер	70
Пример построения проекции линии пересечения поверхностей методом концентрических сфер	73
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	75
«Прямая», «Плоскость», «Взаимное положение геометрических объектов»: пример выполнения	75
Варианты заданий по теме «Точка, прямая, плоскость».....	76
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	81
«Сечения»: пример выполнения заданий	81
Варианты заданий на построение сечения поверхностей плоскостью	82
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	90
«Построение проекций линий пересечения поверхностей методом вспомогательных секущих плоскостей»: пример выполнения	90
Варианты заданий на построение линий пересечения поверхностей	91
ПРИЛОЖЕНИЕ 4	99
«Построение линии пересечения поверхностей методом концентрических сфер»: пример выполнения	99
Варианты заданий на построение линии пересечения поверхностей	100
ПРИЛОЖЕНИЕ 5	108
«Построение тела с вырезами»: пример выполнения	108
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	141

Учебное издание

Конакова Ирина Павловна
Нестерова Тамара Владимировна

БАЗОВЫЙ КУРС НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Редактор И. В. Меркурьева
Верстка Е. В. Ровнушкиной

Подписано в печать 17.12.2018. Формат 60×84 1/8.
Бумага писчая. Цифровая печать. Усл. печ. л. 16,74.
Уч.-изд. л. 7,6. Тираж 40 экз. Заказ 18.

Издательство Уральского университета
Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5
Тел.: 8 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620083, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4
Тел.: 8 (343) 358-93-06, 350-58-20, 350-90-13
Факс: 8 (343) 358-93-06
<http://print.urfu.ru>

